DEC 27 1924

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von Johannes Stark

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye**, Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Goldmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.— vierteljährlich. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Goldmark —.20, Beilagen mit Goldmark 60.— berechnet.

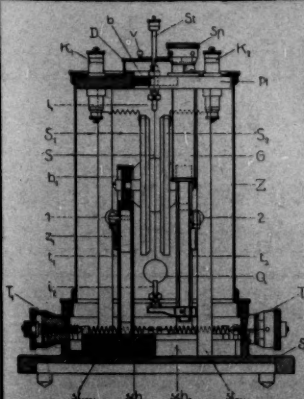
Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den

Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 21. Leipzig, 1. November 1924. No. 673. Printed in Germany. **25. Jahrgang.**

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Mit einer Beilage der Firma Theodor Steinkopff in Dresden, betreffend: Ostwald, Handbuch der Kolloidwissenschaft.

Elektrizität
in industriellen Betrieben

Herausgegeben von Prof. Dr.-Ing. e. h. W. Philippi.

Elektrizität im Bergbau

Von Prof. Dr.-Ing. e. h. W. Philippi. Mit 185 Abbildungen im Text und zwei Tafeln. IX und 301 Seiten mit Register. Gr. 8°. 1924. Geh. Gm. 16.—, Halbleinenband Gm. 18.—

Elektrische Papiermaschinenantriebe

Von Dr. W. Stiel. Mit 202 Abbildungen. XI und 286 Seiten mit Register. Gr. 8. 1924. Geh. Gm. 16.—, Halbleinenband Gm. 18.—

In Vorbereitung:

Elektrische Ausrüstungen für Hebezeuge von Oberingenieur Schiebeler.
Elektrizität bei der Metallbearbeitung von Oberingenieur Karl Meller.
Elektrowärmewirtschaft in der Industrie von Ing. Dr. Bruno Thierbach.
Wärme- und Energiewirtschaft der Kraftwerke von Obering. Schulte.
Elektrische Lichtbogenschweissung von Oberingenieur Karl Meller.

VERLAG VON S. HIRZEL, LEIPZIG, KÖNIGSTR. 2

Einbanddecken zur Physikalischen Zeitschrift 1923 sind vorrätig und können zum Preise von G.-M. 5.— durch jede Buchhandlung oder vom Verlag S. Hirzel in Leipzig, Königstr. 2 bezogen werden.

Neuste Konstruktion!

Kugelepiskop. D.R.P. 350314.

Franz Schmidt & Haensch

Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.

Neue optische Spezialinstrumente eigener Konstruktion, Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. a.

Preislisten kostenlos.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 21. 1. November 1924. Redaktionsschluß für No. 23 am 10. November 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Vorträge und Diskussionen von der 88. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Innsbruck:

H. Barkhausen u. G. Lewicki, Die Empfindlichkeit des Ohres für nicht sinusförmige Töne. S. 537.

L. Schiller, Neue Versuche zum Turbulenzproblem. S. 541.

H. Sirk, Die Berechnung des Molekulardurchmessers aus Verdampfungswärme und Oberflächenspannung. S. 545.

W. Seitz, Über die Asymmetrie der Entladung von Röntgenelektronen. S. 546.

K. Lichtenecker, Die Temperatur-Widerstands-Funktion metallischer Leiter. S. 550.

O. Wiener, Schwingungen elastischer Art im kräftefreien Strömungsäther. S. 552.

J. Malsch u. M. Wien, Über den Temperaturkoeffizienten elektrolytischer Widerstände bei Erwärmung durch ganz kurze Stromstöße. S. 559.

A. Goetz, Das thermoelektrische Verhalten des reinen Eisens an seinen Umwandlungspunkten. S. 562.

D. Voriänder u. R. Walter, Die erzwungene Doppelbrechung der amorphen Flüssigkeiten im Zusammenhange mit der molekularen Gestalt. S. 571.

P. A. Schaltz, Über ein einfaches Hilfsmittel bei der Strahlentherapie. S. 573.

Besprechungen:

A. Schoklitsch, Graphische Hydraulik. S. 575.

F. Haber, Fünf Vorträge aus den Jahren 1920—1923. S. 576.

H. Remy, Chemisches Wörterbuch. S. 576.

Tagesereignisse. S. 576.

Personalien. S. 576.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 88. VERSAMMLUNG DEUTSCHER NATURFORSCHER UND ÄRZTE IN INNSBRUCK[1]).

H. Barkhausen und G. Lewicki (Dresden), Die Empfindlichkeit des Ohres für nicht sinusförmige Töne.

Über die Empfindlichkeit des Ohres für reine, sinusförmige Töne hat Max Wien der Naturforscher-Gesellschaft schon im Jahre 1902 einen Vortrag gehalten, in dem er zeigt, daß die Empfindlichkeit für Töne von etwa 1000 Hertz[2]) am größten ist und daß sie für die 20fach höheren und tieferen Frequenzen, also 20000 und 50 Hertz, nur noch etwa 1 milliontel so groß ist. Dies Ergebnis ist für die Fernsprechtechnik von großer Bedeutung. Nur hat man es hier im allgemeinen nicht mit reinen, sinusförmigen Tönen zu tun, sondern mit komplizierteren Klängen. Es ist auch von Wichtigkeit zu wissen, wie sich das Ohr diesen gegenüber verhält.

Bekanntlich kann man nach Fourier jede beliebige periodische Bewegung auffassen als eine Überlagerung rein sinusförmiger Bewegungen, man kann sie in die Grund- und Oberschwingungen zerlegen. Anderseits soll nach der Resonanztheorie des Hörens das Ohr nur auf diese sinusförmigen Komponenten des Klanges reagieren. Daraus kann man folgern, daß die Hörbarkeit eines beliebigen Klanges einfach gleich der Hörbarkeit seiner subjektiv lautesten Oberschwingung sein muß.

Um diese Folgerung zu prüfen, haben wir zunächst bei 3 verschiedenen Telephonen die Empfindlichkeit für sinusförmige Ströme gemessen. Fig. 1 und 2 zeigen das Ergebnis. Es ist hier als Ordinate die lineare Empfindlichkeit, die reziproke Grenzstromstärke selbst aufgetragen, nicht wie Wien es getan hat, die Leistungsempfindlichkeit, die dem Quadrat dieser Stromstärke umgekehrt proportional ist. Beide Teilungen sind wie bei Wien logarithmisch gewählt. Man erkennt deutlich gewisse, von den Telephonen herrührende Resonanzstellen, besonders bei dem Seibtschen Resonanztelephon, dessen Resonanzlage einstellbar war und das bei der Einstellung auf 700 und auf 1300 Hertz durchgemessen wurde.

Darauf haben wir durch dieselben Telephone einen Unterbrecherstrom von rechteckiger Kurvenform (Fig. 3) geschickt. Für diesen lassen sich die Oberschwingungen genau berechnen. Es sind nur die geradzahligen vorhanden und ihre Amplitude nimmt umgekehrt proportional der Frequenz ab. Bei einer Unterbrecherfrequenz von 100 Hertz müssen wir daher die früher bei Sinusströmen gefundene Hörbarkeit für 300, 500, 700 . . . Hertz durch 3, 5, 7 . . . dividieren; der größte so erhaltene Wert muß dann die

1) Fortsetzung im nächsten Heft.

2) „Hertz" = Perioden pro Sekunde nach einem Vorschlag von K. W. Wagner.

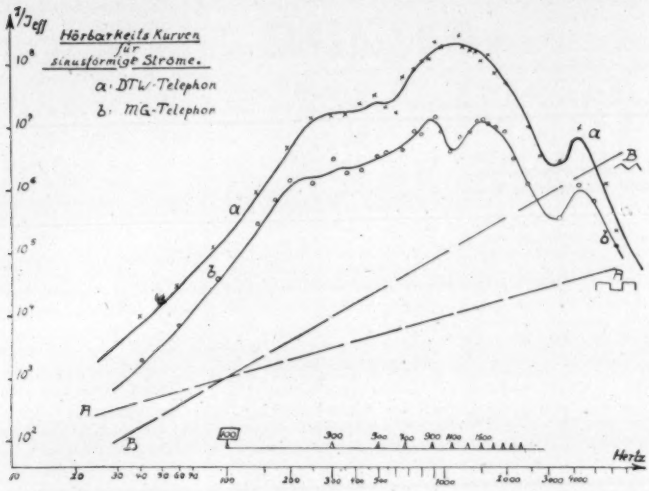


Fig. 1.

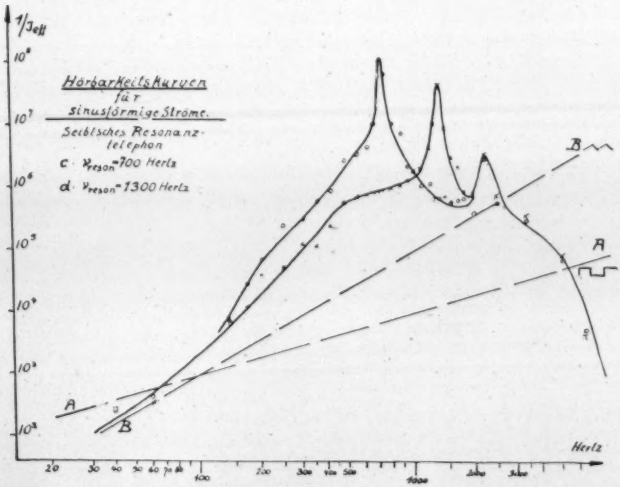
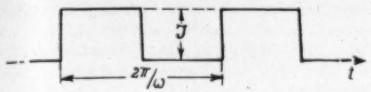


Fig. 2.

Hörbarkeit des Unterbrecherstromes darstellen. In der graphischen Darstellung der Fig. 1 und 2 entspricht der Division infolge des logarithmischen Maßstabes eine Subtraktion und die abzuziehenden Werte liegen infolge ihrer Proportionalität mit der Frequenz alle auf einer Geraden AA. Der Abstand der Kurven von dieser Geraden ist unmittelbar ein Maß für die Hörbarkeit der in dem Unterbrecherstrom enthaltenen Oberschwingungen. Man kann daher bei beliebiger Lage den Oberschwingungen leicht die mit dem größten Abstand, die lauteste Oberschwingung



$$i = J\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\left(\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \cdots\right)\right]$$

Fig. 3.

finden. Diese muß maßgebend für die Hörbarkeit des Unterbrecherstromes sein.

Fig. 4 zeigt das Ergebnis der Messungen in Abhängigkeit von der Frequenz des Unterbrechers. Bis zu etwa 100 Unterbrechungen pro sec entspricht es innerhalb der Versuchsfehler genau dem zu Erwartenden. Die Wellenlinie rührt daher, daß immer dann die Hörbarkeit ein Maximum besitzt, wenn eine Oberschwingung gerade mit dem Punkte größten Abstandes von der AA-Linie zusammenfällt, also beim DTW-Telephon die Frequenz 1100 Hertz hat. Die Maxima liegen auf einer zu AA parallelen Linie, wie es sein muß.

Bei langsameren Unterbrechungen weicht die Kurve aber von der AA-Linie ab und verläuft bald ganz horizontal. Das ist bei genauerer Überlegung selbstverständlich. Denn bei ganz langsamen Unterbrechungen hört man bei jedem Ein- und Ausschalten des Stromes einen einzelnen Knack und die Hörbarkeit dieser Knacke ist natürlich unabhängig davon, wie lang die Pausen zwischen ihnen sind. Die Zerlegung in die Fourierreihe gibt aber für einen bestimmten Frequenzbereich um so kleinere Oberschwingungen, je kleiner die Frequenz der Grundschwingung ist.

Dieser Widerspruch legt die Vermutung nahe, daß auch die Dichtigkeit der Oberschwingungen eine Rolle spielen muß. Bei 10mal kleinerer Grundfrequenz sind die Obertöne gleicher Frequenz 10mal so dicht neben einander. Beide Einflüsse müssen sich in bezug auf die Hörbarkeit aufheben, natürlich nur, wenn die Dichtigkeit groß ist.

Es entsteht hier die weitere Frage: Wie groß muß die Dichtigkeit, wie klein der Frequenzunterschied sein, damit 2 Töne noch auf einander einwirken? Wir haben diese Frage unmittelbar experimentell geprüft, indem wir in ein Telephon 2 sinusförmige Ströme gleicher Hörbarkeit[1]) von mehr und mehr abweichender Frequenz hineingeschickt haben. Man hört dann zunächst Schwebungen und die Hörbarkeit ist zunächst doppelt so groß entsprechend der zeitweilig doppelt so großen Amplitude. Bei einer um 10 Proz. abweichenden Frequenz steigt die Hörbarkeit aber nur noch um 25 Proz. und bei noch stärker verschiedener Frequenz wird die Hörbarkeit durch die Überlagerung überhaupt nicht mehr merklich beeinflußt. — Das stimmt gut mit den anfangs gefundenen Ergebnissen

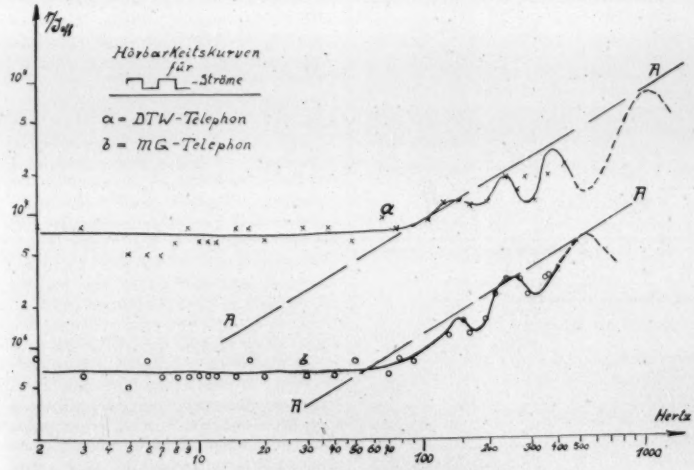


Fig. 4.

1) Nicht gleicher Stromstärke! Bei stärker abweichender Frequenz ist das ein merklicher Unterschied.

überein. Der lauteste Oberton lag beim *DTW*-Telephon bei 1100 Hertz. Bei einer Grundschwingung von 100 Hertz erhält man die Obertöne 900, 1100, 1300 Hertz. Ihre Frequenz weicht 20 Proz. voneinander ab, sie beeinflussen sich noch nicht merklich. Aber bei 50 Hertz Grundfrequenz muß schon eine erhebliche Beeinflussung stattfinden, da die Obertöne 1050 und 1150 etwa gleich laut sind und nur 10 Proz. von einander abweichen. Beim *MG*-Telephon liegt der lauteste Oberton etwas tiefer; damit stimmt gut überein, daß die Hörbarkeitskurve in Fig. 4 etwas später von der *AA*-Kurve abbiegt.

Die genaueren Werte des 2-Frequenz-Versuches zeigt Fig. 5 für 500 und für 1500 Hertz.

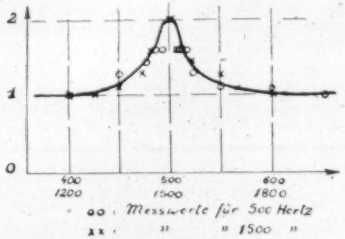


Fig. 5.

Es ergibt sich eine Resonanzkurve, wie man sie nach der Resonanztheorie des Hörens erwarten sollte. Man kann daraus die Dämpfung der Ohrresonatoren berechnen und findet ein log. Dekrement $d = 0{,}12$, ein Wert, der mit ähnlichen Versuchen anderer Forscher gut übereinstimmt.

Schließlich wurde noch nach der in Fig. 6 gezeichneten Schaltung ein zickzackförmiger

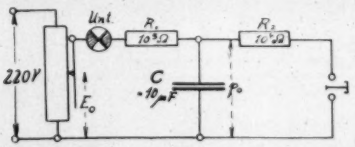


Fig. 6.

Strom hergestellt, wie ihn Fig. 7 darstellt. Auch für diesen lassen sich die Oberschwingungen genau berechnen. Es sind dieselben wie bei dem früheren Rechteckstrom, nur nimmt hier die Amplitude umgekehrt dem Quadrat der Frequenz ab. In der graphischen Darstellung der Fig. 1 und 2 bedeutet das, daß man eine Gerade *BB*, die doppelt so steil wie *AA* ansteigt, ziehen muß, wenn wieder der Abstand zwischen dieser Geraden und der Hörbarkeitskurve für Sinusstrom die Hörbarkeit der im Zickzackstrom enthaltenen Oberschwingungen darstellen soll.

Fig. 8 zeigt, wie die durch Versuch bestimmte Hörbarkeit des Zickzackstromes sich mit der Frequenz dieses Stromes ändert. Man findet wie zu erwarten einen Anstieg von genau derselben Steilheit wie die der *BB*-Geraden. Beim *DTW*- und *MG*-Telephon tritt hier keine Wellenbildung ein, weil der größte Abstand der Kurven in Fig. 1 von der *BB*-Geraden nicht scharf an einer bestimmten Stelle liegt, sondern der Abstand in einem ziemlich weiten Bereich fast ebenso groß bleibt. Die Oberschwingungen sind in diesem ganzen Bereich fast gleich laut, da die objektive Abnahme ihrer Amplitude durch die subjektive Zunahme der Hörbarkeit gerade aufgewogen wird. Es

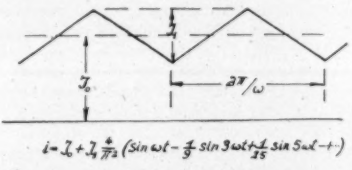


Fig. 7.

ist daher ziemlich gleichgültig, wohin die einzelnen Oberschwingungen fallen, es gibt keine bevorzugten Stellen. Beim Resonanztelephon ist dagegen auch hier eine bevorzugte Stelle vorhanden; man findet daher in der Tat bei diesem auch in der Hörbarkeitskurve des Zickzackstromes eine Wellenbildung (Fig. 8, Kurve c).

Mit der Unterbrecherfrequenz konnten wir nicht unter 28 Hertz heruntergehen, da sonst die Zickzackstromkurve nicht mehr hinreichend geradlinig verlaufen wäre. Es muß ja die Zeitkonstante der Kondensatorauf- und -entladung groß gegen die Dauer einer halben Periode bleiben. Es ist aber doch deutlich zu erkennen, daß hier nicht wie bei der Rechteckstromkurve die Hörbarkeitskurve bei 100 Hertz abbiegt und von etwa 50 Hertz ab konstant bleibt. Der Grund dafür ist auch leicht zu erkennen. Wird hier die Grundfrequenz 10 mal so klein, so wird zwar auch hier die Dichtigkeit der Oberschwingungen 10 mal so groß, aber ihre Amplitude wird nicht 10 mal, sondern 100 mal so klein. Ihre Hörbarkeit wird infolge beider Einflüsse 10 mal so klein, nimmt allgemein ausgedrückt proportional der Grundfrequenz ab. Die Hörbarkeitskurve müßte also

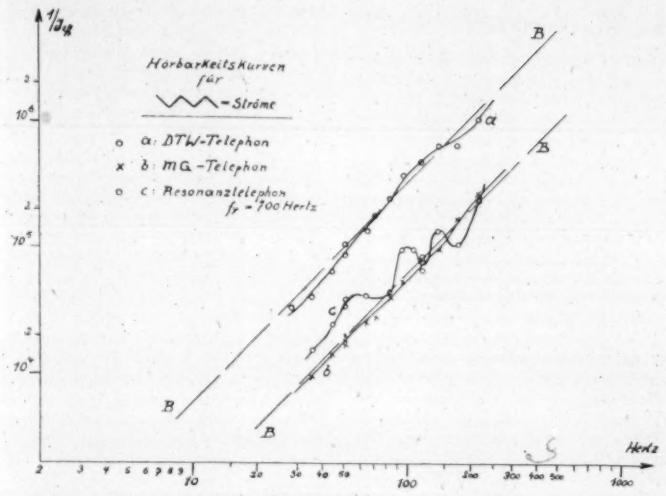


Fig. 8.

allmählich statt der Neigung der BB-Geraden die halb so große Neigung der AA-Geraden annehmen. Ob das eintritt, lassen die Versuchswerte nicht mehr erkennen.

Wenn tatsächlich für die Hörbarkeit nur die lauteste Oberschwingung maßgebend ist, so darf sich die Hörbarkeit nicht ändern, wenn man die Grund- und alle übrigen Oberschwingungen abdrosselt. Das kann man z. B. durch Einschalten eines elektrischen Resonanzkreises tun, der auf die lauteste Oberschwingung abgestimmt ist. Einige solcher Kontrollversuche wurden gemacht und ergaben in der Tat das erwartete Resultat. Trotzdem sich die Klangfarbe des Geräusches sehr wesentlich änderte, war die Hörbarkeit dieselbe, ob der Resonanzkreis (Drosselwirkung $\omega L = 1/\omega C = 80000$ Ohm) oder ein Widerstand von 1400 Ohm vor das Telephon vorgeschaltet wurde. Der letztere stellt die experimentell bestimmte geringe Dämpfung des Resonanzkreises für die sinusförmige Resonanzfrequenz dar. Natürlich muß man die Unterbrecherfrequenz so wählen, daß ihre lauteste Oberschwingung genau mit der Resonanzfrequenz des Schwingungskreises übereinstimmt.

Bei tiefer Unterbrecherfrequenz traten auch hier Abweichungen ein. Die Hörbarkeit ging beim Einschalten des Resonanzkreises herunter. Das ist aber kein Widerspruch, sondern nur eine Bestätigung unserer früheren Versuche. Denn der Resonanzkreis schwächt infolge seiner großen Resonanzschärfe die benachbarten Oberschwingungen auch dann, wenn sie dicht benachbart sind. Sobald also diese Nachbarschwingungen die Hörbarkeit der lautesten Oberschwingung zu verstärken beginnen — das ist bei tiefen Unterbrecherfrequenzen der Fall — vermindert der Resonanzkreis diese Verstärkung und damit die Hörbarkeit.

Zusammenfassend geht aus allen Versuchen übereinstimmend hervor, daß die Hörbarkeit nicht sinusförmiger Töne einfach gleich der Hörbarkeit der subjektiv lautesten, darin enthaltenen sinusförmigen Oberschwingung ist. Nur dann, wenn die benachbarten Oberschwingungen in der Frequenz weniger als etwa 20 Proz. abweichen, d. h. wenn eine höhere als die 5. Oberschwingung die lauteste ist, wird die Hörbarkeit entsprechend der Dichtigkeit der Oberschwingungen größer.

L. Schiller (Leipzig), Neue Versuche zum Turbulenzproblem [1]).

Das Reynoldssche Ähnlichkeitsgesetz besagt bekanntlich, daß der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung in einem Rohr

1) Die ersten orientierenden Messungen wurden durch Herrn Herbert Kirsten I ausgeführt. Bei seinen eigenen Versuchen erfuhr der Verfasser die freundliche Unterstützung der Herren Burbach, Herbert Kirsten II und H. Reichhardt.

dann eintritt, wenn „ceteris paribus" $R = \frac{\bar{u} \cdot a}{\nu}$ einen bestimmten Wert R_k erreicht ($\bar{u}$ = mittlere Geschwindigkeit, a = Halbmesser, ν = kinematische Zähigkeit). Von den Parametern, welche in der Funktion R nicht enthalten sind, sind vornehmlich zu nennen: Grad der vorhandenen Störung der Laminarbewegung und Abstand der Untersuchungsstelle im Rohr vom Einlauf (dieser als Ort der Störung), die sogen. „Anlauflänge". Was den ersteren, den Betrag der Anfangsstörung anlangt, so konnte ich bei früheren Messungen zeigen, daß — bei fester Meßstelle — bei allmählicher Veränderung des Betrags der Störung eine stetige Veränderung des R_k-Wertes von einem untersten bei 1160 (entsprechend sehr kräftigen Störungen und nicht zu unterschreiten) bis zu recht hohen Werten eintritt. Noch nicht klar lagen bisher hingegen die Verhältnisse betr. eines Einflusses der „Anlauflänge" auf die kritische Zahl, eine Frage, die, wie kürzlich Heisenberg[1]) erwähnte, bei der Prüfung theoretischer Ergebnisse an der Erfahrung von Belang ist.

In die Richtung einer gewissen solchen Abhängigkeit kann man eine Beobachtung von Reynolds verweisen, daß — bei seinen Untersuchungen mit dem gefärbten Flüssigkeitsfaden — dessen Auflösungsstelle mit steigender Geschwindigkeit sich dem Einlauf bis zu einem gewissen Grade näherte. Jedoch erhielt er andererseits bei gleichlangen Rohren vom Durchmesserverhältnis 1 : 3,4, also recht verschiedenen „relativen" Anlauflängen, stets die gleiche kritische Zahl. Und Ekman, der die Reynoldsschen Versuche am Originalapparat mit großer Sorgfalt wiederholte, wendet sich ausdrücklich gegen die Annahme, „daß das offenbare Anwachsen der Stabilität bei Verminderung der Störung erklärt werde durch die begrenzte Länge des Rohres". Denn „dies würde erfordern, daß die Turbulenz stets am Ende des Rohres zuerst aufträte und sich dann mit steigender Geschwindigkeit schrittweise dem Einlauf nähere". „Dies aber war bei den Versuchen nicht der Fall". Auch müßte man einen Einfluß des Durchmessers nachweisen können, was auch nicht der Fall war. Hier verweist er auch noch auf eine Untersuchung von Barnes und Coker, die bei Halbierung eines Rohres trotzdem die gleiche kritische Zahl gefunden hätten.

Ekman denkt sich also die Sache so — und das ist die eine mögliche Auffassung —, daß bis zu einer bestimmten, vom Störungsgrad abhängigen Geschwindigkeit (Reynoldsschen Zahl) in einem beliebig langen Rohr überall Laminarströmung herrscht. Demgegenüber besteht als andere Möglichkeit eben die von Ekman verworfene Deutung, die nach Angabe von Heisenberg[1]) neuerdings von Prof. Prandtl ausgesprochen wurde, die Heraufsetzung der kritischen Zahl bei kleinen Störungen als „Anlaufeffekt" zu deuten. Nach dieser Auffassung würde man also auch bei kleinen Störungen, sofern man nur die Röhrenlänge genügend vergrößert, niedrigere kritische Zahlen finden müssen.

Die von uns angestellten Versuche entsprechen durchaus der letzten Auffassung. Sie wurden ausgeführt mit zwei Rohren von 3 und 6 cm innerem Halbmesser und bis zu 9 bzw. 8 m Länge. Die beiden Rohre ergaben qualitativ das gleiche Resultat, eine Abnahme der kritischen Zahl mit zunehmender Anlauflänge. Die umfassenderen Versuche wurden mit dem engeren Rohr angestellt; ihre Ergebnisse sind in Fig. 1 logarithmisch dargestellt: Abszisse

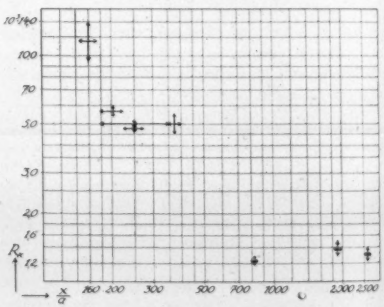


Fig. 1.

relative Anlauflänge in Halbmessern, Ordinate kritische Zahl. Bei den in der Figur wiedergegebenen Versuchen wurde mit abgerundetem Einlaufstück und beruhigtem Vorratswasser gearbeitet; Bedingungen und kritische Zahl etwa wie bei Reynolds'. Bestimmung der „oberen" kritischen Zahl. Die horizontalen Pfeile bezeichnen die Lage der Meßstrecke, die vertikalen den Bereich der kritischen Zahl. Letzterer ist bedingt teilweise durch nicht ganz scharfe Bestimmung der kritischen Zahl in einzelnen Versuchsreihen, teils dadurch, daß an verschiedenen Versuchstagen naturgemäß die Störungsfreiheit des Wassers nicht immer

1) W. Heisenberg, a. a. O. 607, Fußnote 1.

2) W. Heisenberg, Über Stabilität und Turbulenz von Flüssigkeitsströmen. Ann. d. Phys. (4), 74, 607, 1924.

die gleiche war. Trotzdem ist der gesetzmäßige Verlauf deutlich zu erkennen: Bei der nicht unbeträchtlichen Anlauflänge von 160 Halbmessern die verhältnismäßig hohe kritische Zahl 10000 bis 14000 (zwischen Reynolds und Ekman), dann deren stetiger Abfall, bis man bei etwa 800 Halbmessern in dem Bereich der niedrigen kritischen Zahlen (1100 bis 1400) anlangt, die bis zur Anlauflänge 2600 unverändert erhalten bleiben. Die niedrigste beobachtete kritische Zahl ist wieder, wie bei meinen früheren Untersuchungen, etwa 1160. In dieser Gegend hat man also nicht nur den unteren Grenzwert für die turbulente Strömung zu suchen, sondern auch Ekman usw. erklären sich daraus, daß — besonders bei sehr hoch getriebener Störungsfreiheit — die relative Schwankung der Störung groß sein wird, so daß man nicht ein langsames Hereinrücken der Umschlagstelle vom Rohrende wird erwarten können.

Bei unseren Messungen ergab sich nun noch eine neue Beobachtung, deren weitere Verfolgung vielleicht einen näheren Einblick in den Mechanismus des Übergangs von laminarer zu turbulenter Strömung liefern wird. Die Fig. 2—4 zeigen in der bekannten Weise

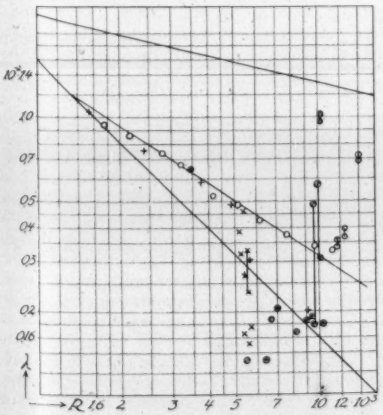


Fig. 2.

den Widerstandskoeffizienten λ als Funktion der Reynoldsschen Zahl R, wie er sich aus den Messungen an den Meßstrecken mit den „praktischen" oberen Grenzwert für Laminarströmung bei dem jeweiligen Störungsbetrag entsprechender Anlauflänge. Die unsern Ergebnissen scheinbar entgegenstehenden von den rel. Anlauflängen 160, 200 und 250 ergab. Die drei Geraden entsprechen dem Poiseuilleschen, dem Blasiusschen Gesetz und dem theoretischen Anlaufwiderstand [1]). Die Beobachtungen der verschiedenen Tage sind durch verschiedene Signatur kenntlich gemacht, was man insbesondere in Fig. 3 beachten möge. Sie ergeben folgendes: Zunächst,

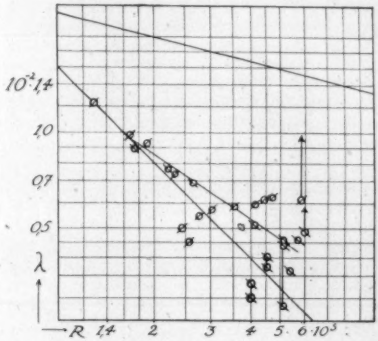


Fig. 3.

bei kleineren R, liegen die Meßpunkte gut an der theoretischen Anlaufwiderstandskurve. Dann erfolgt in zahlreichen Fällen der Übergang zur Turbulenz jedoch nicht von diesem Anlaufströmungszustand aus, sondern erst nach Auftreten eines Strömungszustandes erheblich verringerten Widerstandes. Diese Strömungsform stellt sich an manchen Tagen völlig freiwillig, auch bei wenig vorsichtigem Experimentieren ein, und macht sich dann durch plötzlichen starken Abfall der Druckdifferenz am Manometer geltend, ganz ähnlich dem Anstieg bei Einsetzen der Turbulenz. Manchmal erfordert ihre Feststellung sehr vorsichtiges Steigern der Geschwindigkeit; manchmal auch ist sie überhaupt nicht zu beobachten. Am deutlichsten tritt der genannte Zustand bei der kürzesten Anlauflänge hervor (Fig. 2), ist jedoch auch bei den folgenden Meßstrecken (Fig. 3 und 4) noch deutlich zu erkennen.

Was für ein Bild wird man sich von dieser Strömungsform, die in den betr. Fällen eine Vorstufe der Turbulenz ist, zu machen haben? Der beobachteten starken Widerstandsverminderung muß eine starke Verringerung der Schubspannung an der Wand entsprechen, d. h. des Geschwindigkeitsgradienten senkrecht zur Wand. Dies führt aber aus Kontinuitätsgrün-

1) L. Schiller, Zeitschr. f. a. M. u. M. **2**, 96, 1922.

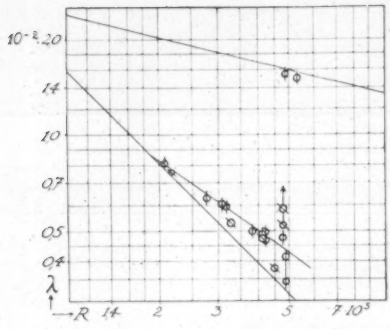


Fig. 4.

den zu einem Geschwindigkeitsprofil mit Wendepunkt, wie es ja die Anwesenheit von Wirbeln entsprechenden Drehsinns in Wandnähe unschwer erklären läßt [1]). Der Übergang zur Turbulenz erfolgt hier also nicht aus dem nach Heisenberg zwar auch schon im Prandtlschen Sinne „schwingungsfähigen" parabolischen Profil heraus, sondern erst unter Zwischenschaltung des Profils mit Wendepunkt, auf dessen Labilität (bei reibungsloser Flüssigkeit) schon Rayleigh hingewiesen hat.

Es fragt sich nun, ob auch in den Fällen, wo sich diese neue Strömungsform der Beobachtung entzieht, sie doch vor Eintreten der Turbulenz stets vorhanden ist. Das allmähliche Zurücktreten des Effekts bei größeren Anauflängen (Fig. 3 und 4) spricht für eine solche Möglichkeit. Man wird dies etwa so zu deuten haben: In der Nähe des Einlaufs ist eine Zone normaler laminarer Anlaufströmung, dann folgt eine (relativ kurze) Zone der neuen Strömungsform, schließlich die Turbulenz. Steigert man nun stufenweise die Geschwindigkeit und damit die Anfangsstörung, so werden diese Zonen jeweils um ein Stück dem Einlauf zu verschoben. Dabei ist die Absolutverschiebung bei größeren Anauflängen (kleineren R-Werten) größer als bei kleinen (größeren R-Werten), so daß sich die (kurze) Zone 2 der neuen Strömungsform der Beobachtung entziehen kann. Ebenso muß auch bei kürzeren Anauflängen die Feststellung des Zwischenzustandes erschwert oder verhindert werden, wenn es aus irgendwelchen Gründen nicht gelingt, die Anfangsstörung nur ganz langsam zu steigern.

Die Gründe, aus denen die beschriebene Erscheinung bisher noch nicht beobachtet war, sind im wesentlichen das bisherige Fehlen von Widerstandsmessungen bei geringen Anfangsstörungen, kleinen Meßstrecken in nicht sehr großer Entfernung vom Einlauf und die Nichtberücksichtigung des Anlaufwiderstandes, die z. B. im Fall der Fig. 4 kaum die richtige Würdigung der Erscheinung hätte aufkommen lassen. Eine gewisse Widerstandsverminderung, deren Realität allerdings wegen ihrer Kleinheit zweifelhaft war, habe ich übrigens bei Durchrechnung der Sorkauschen Versuche nach der laminaren Anlauftheorie schon früher festgestellt [1]).

Zur Sicherung der durch die vorliegenden Beobachtungen und deren angegebene Deutung nahegelegten Vermutung, daß stets ein solcher Zwischenzustand vor Eintritt der Turbulenz vorliegt, werden weitere Versuche dienen müssen.

Die vorliegenden Untersuchungen wurden mit Unterstützung der Notgemeinschaft deutscher Wissenschaft ausgeführt, wofür auch an dieser Stelle herzlichst gedankt sein soll.

Zusatz bei der Korrektur: Als Ergebnis einer Besprechung mit Herrn Prof. Prandtl über die Energieverhältnisse der beschriebenen Erscheinung sei folgendes mitgeteilt:

Nach einem Minimalsatz von Helmholtz muß der Pouseuillesche Druckabfall bei in der Richtung der Rohrachse gleichbleibender Strömung das Minimum des Druckabfalls darstellen. Die Erklärung für den hohen Betrag der Widerstandsverminderung bis unter den Pouiseuilleschen Betrag ergibt sich mittelbar aus der in der Anlaufstrecke erfolgenden Beschleunigung der Kernströmung. Diese bewirkt zunächst einen zusätzlichen Druckabfall außer dem Poiseuilleschen (Kurve des Anlaufwiderstands). Treten jetzt — zunächst etwa in dem stromabwärts gelegenen Teil der Meßstrecke — Wirbel innerhalb der Strömung auf, so setzt die entstehende Durchmischung der Geschwindigkeiten die Geschwindigkeit der Kernströmung herab und es entsteht ein Druckanstieg, der zu der beobachteten Verringerung des Druckabfalls Anlaß gibt.

Im Sinne dieser Erklärung ist es nicht nötig, die von mir oben angegebene starke Verringerung der Schubspannung an der Wand, d. h. die Wirbel in Wandnähe anzunehmen, vielmehr liegt hier der Nachdruck auf der Durchmischung in der Kernströmung, ähnlich, wie ich früher schon Sorkausche Versuche diskutiert habe (vgl. Fußnote 2).

1) Vgl. L. Prandtl, Zeitschr. f. a. M. u. M. 1, 43, 1921 und L. Schiller, ebenda 441.

1) L. Schiller u. H. Kirsten, Über den Widerstand strömender Flüssigkeiten in kurzen Rohrstücken. Physik. Zeitschr. **22**, 523, Abschn. 7, 1921.

H. Sirk (Wien), Die Berechnung des Molekulardurchmessers aus Verdampfungswärme und Oberflächenspannung.

Ostwald hat seinerzeit eine Formel aufgestellt, die den Molekulardurchmesser ϱ durch Oberflächenspannung γ, Verdampfungswärme $\mathfrak{L}$ (in mechanischem Maße gemessen) und spezifisches Volumen v ausdrückt. Nach Ostwald ist $\varrho = \frac{2\gamma v}{\mathfrak{L}}$. Bei Ableitung dieser Formel werden die klassischen Vorstellungen der Molekulartheorie für die Oberflächenschicht verwendet.

Es erscheint nun möglich, auf Grund der neuen Vorstellungen über die Natur der Oberflächenspannung und der neuen Anschauungen über den Aufbau der Materie aus positiven und negativen elektrischen Massen eine Beziehung zwischen Oberflächenspannung und Verdampfungswärme abzuleiten, die ebenfalls den Molekulardurchmesser aus diesen Größen zu berechnen gestattet. Dabei wird angenommen, daß die aus Elektronenbahnen und Kern aufgebaute Molekel für gewisse Vorgänge, wie z. B. Molekularzusammenstöße, undurchdringlich ist, so daß man weiter mit der Vorstellung des Molekulardurchmessers im Sinne der kinetischen Gastheorie arbeiten kann.

Bezüglich der Oberflächenspannung zeigen die Arbeiten von Madelung, Born und Courant, daß sie zerfällt in einen statischen Anteil, der von der Wärmebewegung der Molekeln unabhängig ist, und in einen dynamischen Anteil, der von der Temperatur abhängt, negatives Vorzeichen hat und in der Grenze gegen den absoluten Nullpunkt verschwindet. Die Anwendung der Quantentheorie auf den dynamischen Anteil hat es Born und Courant ermöglicht, die Konstante des Eötvös-Gesetzes $\gamma V^{\frac{2}{3}} = K\left(T_k - T\right)$ zu berechnen. Sie finden $K = 2{,}1$ in Übereinstimmung mit Beobachtungen an nicht assoziierenden Stoffen. Da der dynamische Anteil der Oberflächenspannung in der Grenze für $T = 0$ verschwindet, läßt sich nach Eötvös der statische Anteil der Oberflächenspannung χ beim absoluten Nullpunkt χ_0 berechnen zu

$$\chi_0 = \frac{2{,}1\,T_k}{V_0^{\frac{2}{3}}}, \qquad (1)$$

wo V_0 das für den absoluten Nullpunkt extrapolierte Molekularvolumen der Flüssigkeit ist.

Anderseits hat Debye χ, den statischen Anteil der Oberflächenspannung, aus molekularen Größen berechnet unter der Annahme, daß die Molekeln im ganzen neutrale, deformierbare elektrische Quadrupole sind. Er versteht darunter Aggregate von positiven und negativen Ladungen, die im feldfreien Raum kein elektrisches Moment haben, weil der Schwerpunkt der positiven Ladungen mit dem der negativen zusammenfällt. Im äußeren Felde nehmen sie ein elektrisches Moment an, das der Feldstärke proportional ist. Der Proportionalitätsfaktor α, die Polarisierbarkeit, ist eine molekulare Konstante, ebenso τ, das elektrische Trägheitsmoment. Stoffe, deren Molekeln auch bei Abwesenheit eines äußeren Feldes ein Moment haben, geben sich durch ihr dielektrisches Verhalten zu erkennen und zeigen in ihrem Verhalten gegenüber der Zustandsgleichung und dem Gesetz von Eötvös auf Assoziationserscheinungen beruhende Anomalien. Von derartigen Stoffen wird im folgenden abgesehen. Debye findet:

$$\chi = \frac{3\pi}{8}\frac{\alpha\tau^2}{s^8}n^2,$$

wo s der Durchmesser des kugelförmig gedachten Molekels und n die Anzahl der Molekeln in der Volumeinheit der Flüssigkeit bedeutet. Durch dieselben molekularen Konstanten läßt sich die potentielle Energie der $L = nV$-Molekeln eines Mols darstellen. Es ergibt sich so für die molekulare innere Verdampfungswärme

$$A = \frac{6\pi}{5}\frac{\alpha\tau^2}{s^5}\frac{L^2}{V} = \frac{6\pi}{5}\frac{\alpha\tau^2}{s^5}n^2V,$$

wenn man den entstehenden Dampf als genügend verdünnt ansehen kann. Aus den beiden letzten Gleichungen folgt durch Elimination von α, τ und n

$$s = 3{,}2\frac{\chi V}{A}. \qquad (2)$$

Es ist nun χ eine Temperaturfunktion, weil $n \sim \frac{1}{V}$ von der Temperatur abhängt. Es folgt somit für χ unter nachträglicher Verwendung von (1)

$$\chi = \chi_0\frac{V_0^2}{V^2} = 2{,}1\,T_k\frac{V_0^{\frac{2}{3}}}{V^2}.$$

Dieser Ausdruck gibt in (2) eingesetzt s durch V_0 ausgedrückt. Da es zu unsicher erscheint diese Größe durch Extrapolation aus dem thermischen Verhalten der betreffenden Substanz bei gemessener Temperatur zu gewinnen, so mache ich die Annahme, daß die kugelförmig gedachten Molekeln sich beim absoluten Nullpunkt in möglichst dichter Packung befinden, so daß $V_0 = \frac{L}{\sqrt{2}}s^3$. Setzt man dies ein und löst die entstandene Gleichung nach s, so erhält man unter Einführung von λ_i, der inneren Verdampfungswärme in cal/g, statt des

bisher in mechanischem Maße gemessenen $A = M\,\lambda_i\,4{,}18 \cdot 10^7$ und von $V = \frac{M}{D}$ mit einem aus Strahlungsmessungen folgenden $L = 62{,}7 \cdot 10^{22}$

$$s \cdot 10^8 = \sqrt[3]{0{,}184\,\frac{M^2\lambda_i}{L_2 D}}. \qquad (3)$$

Nach dieser Formel wurden die Werte von $s \cdot 10^{-8}$ cm für 17 verschiedene Stoffe berechnet, die in der Tabelle nach kritischen Temperaturen geordnet angegeben sind. Zum Vergleich wurden für jene 10 Stoffe, für welche

	$s \times 10^8$	$\varrho \times 10^8$	$s^* \times 10^8$
Helium	3		1,9
Wasserstoff	3,1	1,5	2,3
Stickstoff	3,9	1,3	3,1
Kohlenoxyd	3,9	1,4	3,2
Argon	3,6	1,1	2,7
Sauerstoff	3,6	1,2	2,9
Kohlendioxyd	4,0		3,2
Stickoxydul	4,0		3,1
Methylchlorid	4,5		3,4
Chlor	4,3		3,7
i-Pentan	6,4		4,5
Äthyläther	6,2	1,4	4,8
Azeton	5,8	1,2	3,8
Methylazetat	5,8		3,8
Äthylazetat	6,4	1,2	4,2
Chloroform	5,7	1,4	4,8
Benzol	5,9	1,4	4,1

Messungen der Oberflächenspannung vorlagen, die Molekulardurchmesser nach Ostwald berechnet, wobei die eingangs gegebene Formel durch Einführung von λ_i und D umgestaltet wurde zu $\varrho \cdot 10^8 = 4{,}79\,\frac{\gamma}{\lambda_i D}$. Es ist ϱ durchwegs kleiner als s, und zwar 2—3mal bei kondensierten Gasen, 4—5mal bei höher siedenden Substanzen. Das erklärt sich zum Teil durch Verwendung des Faktors 2 bei Ostwald, statt 3,2 in (2), das aus den modernen Anschauungen folgt, größtenteils aber infolge der Verwendung der Oberflächenspannung γ bei Ostwald, die kleiner ist als ihr statischer Anteil χ wegen des negativen Temperaturkoeffizienten des dynamischen Anteils, und zwar um so kleiner, je niedriger die Temperatur ist. Daher die größere Abweichung der Werte des ϱ von s bei höher siedenden Stoffen. Um ein Urteil darüber zu gewinnen, welcher von den beiden Werten ϱ oder s die tatsächlichen Verhältnisse mit größerer Annäherung wiedergibt, kann man sie mit Werten des Molekulardurchmessers vergleichen, die durch Beobachtungen des betreffenden Stoffes im Gaszustande gewonnen wurden. Die in der Tabelle unter s^* auf Grund der kinetischen Gastheorie ermittelten Werte des Molekulardurchmessers sind einer vor kurzem erschienenen Zusammenstellung von Kuenen entnommen, der ihre Neuberechnungen auf Grund neuer Formeln für den Reibungskoeffizienten durchgeführt hat. Vergleicht man die Werte von s und ϱ mit den gaskinetischen Werten s^*, so sieht man, daß die Werte von s größer sind als die von s^*, und zwar im Mittel um ca. 30 Proz. Die Werte von ϱ hingegen sind bedeutend kleiner als die von s^*, sie sind im Durchschnitt nur ein Drittel dieses Wertes. Im Mittel über alle in der Tabelle enthaltene Stoffe ist:

$$\left(\frac{s}{s^*}\right) = 1{,}37, \qquad \left(\frac{\varrho}{s^*}\right) = 0{,}38.$$

Es scheinen also die aus den modernen Anschauungen berechneten Werte des Molekulardurchmessers mit den tatsächlichen Verhältnissen in besserer Übereinstimmung zu stehen als die Ostwalds.

Zum Schlusse will ich noch erwähnen, daß im Prinzip die Möglichkeit vorliegt, die aus Flüssigkeitsdaten gewonnenen Werte des Molekulardurchmessers zu vergleichen mit Werten, die durch Beobachtungen an den betreffenden Stoffen im festen Zustande gewonnen wurden, für den Fall nämlich, daß es sich um einatomige Stoffe handelt. Da kann man röntgenspektroskopisch an der festen kristallinen Substanz die Gitterkonstante und daraus den Atomradius bestimmen. Das ist für den Fall des Argons in einer eben erschienenen Arbeit von Simon und Cl. v. Simson durchgeführt worden. Sie fanden für den Atomradius des Argons auf dem angedeuteten Wege 1,92 A, woraus ein Molekulardurchmesser von $3{,}8 \cdot 10^{-8}$ cm folgt, während Formel (3) $3{,}6 \cdot 10^{-8}$ cm ergibt.

W. Seitz (Aachen), Über die Asymmetrie der Entladung von Röntgenelektronen.

Durch die Entdeckung des Comptoneffektes und die darauf bezügliche Theorie von Debye, hat die Frage der schon lange bekannten Asymmetrie der Elektronenentladung, die durch Röntgenstrahlen ausgelöst wird, an Interesse gewonnen; denn diese Theorie, die auf der Anschauung der Energiequanten beruht, fordert eine solche Asymmetrie.

Vor einem Jahr behandelte ich diese Erscheinung in einer Arbeit, die im Wienschen Jubiläumsbande der Ann. d. Phys. erschienen ist. Während bisher von den verschiedenen Forschern, die sich mit diesem Gegenstand beschäftigten, die ionisierende Wirkung der Elektronen vor und hinter dem durchstrahlten Metall bestimmt worden war, also wohl in

erster Annäherung die Energie der Elektronenstrahlung, beobachtete ich die Aufladung, die ein Zelluloid- oder Kohleblättchen, das nur auf der einen Seite mit einer sehr dünnen Metallschicht durch Kathodenbestäubung überzogen war, das also nur nach einer Seite Elektronen abschließen konnte, erfuhr, wenn die R. Str. einmal in der einen, ein andermal in der anderen Richtung das Blättchen durchsetzten. Bei meiner Methode wurden also die Elektronen im Gegensatz zu den früheren Untersuchungen gezählt. Es ergab sich bei Platin je nach der Dicke der Schicht und der Härte der Strahlen eine Asymmetrie, d. i. das Verhältnis der Austrittsstrahlung zur Eintrittsstrahlung $\frac{E_a}{E_i}$, bis zu 1,27.

Diese Messungen habe ich nun in verschiederer Beziehung erweitert. Auf die Versuchsanordnung, die in der ebengenannten Publikation beschrieben ist, gehe ich nicht ein.

Zunächst habe ich die Erscheinung bei verschiedenen Metallen, Aluminium[1]), Kupfer, Silber, Platin, Blei, untersucht. Die Scheitelspannung der Coolidgeröhre, die durch Funkenlänge gemessen wurde, betrug 90 Kilo-Volt. Es trat also kräftige K-Strahlung des Wolfram auf. Die L-Strahlung und weiche Bremsstrahlung wurde durch 3 mm Aluminium abfiltriert. Wie ich in der genannten Arbeit angab, nimmt die Asymmetrie bei sehr dünnen Metallschichten mit deren Dicke zu, und erreicht schließlich einen Maximalwert. Bei größeren Dicken nimmt sie infolge der Absorption der R. Str. wieder ab. Die im folgenden angegebenen Zahlen sind solche Maximalwerte. Wie ich ebenfalls damals schon fand, wird durch eine Gegenspannung, die die langsamen Elektronen zum Strahler zurücktreibt, die Asymmetrie verstärkt.

Tabelle I.

Strahler	Gegenspannung	E_a/E_i	Gegenspannung	E_a/E_i
Aluminium .	0	1,82		—
Kupfer	0	1,40	50	2,05
Silber		—	50	1,44
Platin		—	50	1,20
Blei	0	1,10	50	1,17

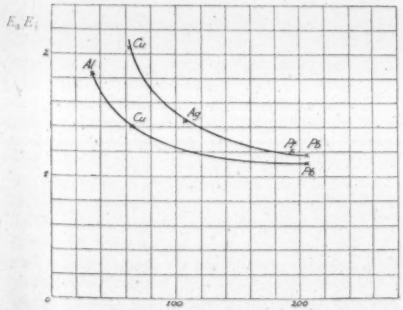


Fig. 1.

1) Hier war Aluminiumfolie von 0,00407 mm Dicke mit Schellacklösung auf Zelluloid aufgeklebt. Die übrigen Metallspiegel waren durch Kathodenbestäubung in Argon hergestellt.

In Übereinstimmung mit den Resultaten, die die früheren Forscher nach der Methode der Ionisation gefunden hatten, nimmt die Asymmetrie mit wachsendem Atomgewicht ab. Eine Umkehr der Asymmetrie, d. h. daß $E_a < E_i$ ist, die von manchen konstatiert wurde und die vermutlich auf Absorption der R. Str. zurückzuführen war, ergab sich nicht.

Wenn die langsamsten Elektronen durch ein Feld von 50 Volt zurückgehalten werden, so erhöht sich die Asymmetrie hierdurch desto mehr, je kleiner das Atomgewicht ist. Die Elektronenstrahlung der leichten Elemente ist also reicher an langsamen symmetrisch verteilten Elektronen, während die Asymmetrie der schnellen bei ihnen größer ist.

Weitere Versuche sollten prüfen, wie die Asymmetrie mit wachsender Gegenspannung, d. h. durch Abbremsung der langsamen Elektronen zunimmt. Die Ergebnisse sind in Tab. II zusammengestellt und in Fig. 2 wiedergegeben. Die Messungen sind bei einer Kathodenscheitelspannung von 119 Kilo-Volt, also sehr starker K-Strahlung des Wolframs ausgeführt. 3 mm Aluminium schirmten wieder die weichen Strahlen ab. Als Strahler diente verkupfertes Zelluloid. Die Ordinate ist das Maß für die Asymmetrie, d. h. das Verhältnis der Austritts- zur Eintrittsstrahlung, Abszisse die Gegenspannung. Die Kurve erreicht bei 253 Volt noch nicht ihr Maximum.

Statt durch ein Gegenfeld kann man die langsamen Elektronen, die wohl größtenteils sekundär entstehen und deshalb symmetrisch verteilt sind, zurückhalten, indem man den Metallspiegel mit einer unmetallischen Schicht, die selbst eine, nur verschwindende Menge Elektronen ausstrahlt, überzieht. Eine dünne Schellackierung eines Platinspiegels auf Zelluloid erhöht z. B. die Asymmetrie von 1,20 auf 1,93 und ein Überstrich von chinesischer Tusche auf einen Silberspiegel von 1,35 auf 1,79.

Der Versuch mit dem schellackierten Platinspiegel ist noch von weiterem Interesse. Durch

Tabelle II.

Gegenspannung	E_a/E_i
0	1.42
47	2.03
115	2.43
254	2,76

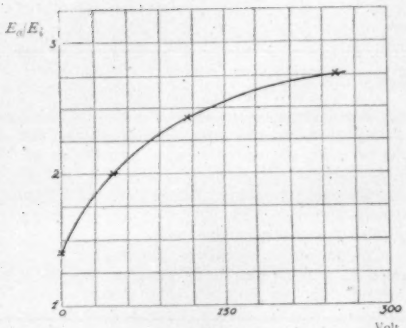


Fig. 2.

den Schellacküberzug ist die Elektronenstrahlung auf der Einfallsseite der R. Str. auf 2,8 Proz., an der Austrittsseite auf 4,5 Proz. reduziert. Im wesentlichen durchdringen also nur die schnellsten Elektronen, das sind die Photoelektronen, die Schellackschicht und ihnen kommt demnach die Asymmetrie zu. Diese sollte aber im Widerspruch hiermit nach der Debyeschen Theorie, die sich allerdings mit den Photoelektronen gar nicht beschäftigt, gerade durch die Comptonelektronen, also Elektronen mäßiger Geschwindigkeit, bedingt sein.

Mit den soeben beschriebenen Versuchen in Übereinstimmung stehen die Beobachtungen, die ich im folgenden mitzuteilen habe.

Bisher ist noch nicht die Frage gelöst, ob die Asymmetrie darauf beruht, daß die Atome in der Richtung der einfallenden Röntgenstrahlen mehr Elektronen abschießen als in der entgegengesetzten, oder ob primär die Anzahl nach beiden Richtungen gleich ist, dagegen die Geschwindigkeit und dadurch das Durchdringungsvermögen in der Richtung der R. Str. größer ist. Auch in diesem Falle müßten mehr Elektronen an der Austrittsseite an die Oberfläche gelangen und aus dieser herausdringen. Ich habe mir daher die weitere Aufgabe gestellt, das magnetische Spektrum der Elektronenstrahlung einer dünnen Metallfolie an der Eintritts- und Austrittsseite gleichzeitig zu bestimmen.

Dieser Untersuchung diente folgender Apparat:

Die R. Str. lieferte eine, nach Siegbahn konstruierte metallische R.-Röhre mit Glühkathode. Die Antikathode bestand anfangs aus Molybdän, später aus Wolfram. Die Röhre war möglichst nahe an die Kamera herangerückt. Diese ist in Fig. 3 wiedergegeben. Die R. Str. wurden zunächst durch einen 1 mm weiten Bleispalt, der am Aluminiumfenster der Röntgenröhre (in der Zeichnung nicht angegeben) angebracht war, dann durch den ebenfalls 1 mm weiten Bleispalt B scharf abgeblendet. F sind 0,1 mm dicke Aluminiumfenster.

Vor der dünnen Kupferfolie f[1]), die sich genau in der Mitte zwischen den Diaphragmen D befindet, gehen unter der Einwirkung des schmalen, senkrecht auftreffenden Röntgenstrahlenbündels nach allen Seiten die Elektronen aus. Zwei rechteckige Spulen Sp, deren Achse senkrecht auf der Zeichnungsebene steht, und zwischen denen soeben das Röntgenstrahlenbündel in die Kamera gelangen konnte, lieferten das Magnetfeld. In den beiden seitlichen Kammern, die durch Bleiwände gegen diffuse R. Str. geschützt sind, werden die beiden photographischen Platten P, von denen die eine das Elektronenspektrum der Eintrittsstrahlung, die andere die der Austrittsstrahlung aufzunehmen hat, auf den Messingplatten M durch Federn festgehalten. Sie sind entsprechend der Methode von Rutherford und Robinson[2]), die später auch Whiddington[3]) anwandte, so angeordnet, daß die kreisförmigen Elektronenbahnen von gleichem Radius, die von ein und demselben Punkt von f unter verschiedenem Winkel ausgehend die Diaphragmen D durchsetzen, sich nahezu in einem Punkte der photographischen Platte schneiden. Der kleine Bleischirm, der seitlich an dem Diaphragma B zu sehen ist, schützt die vordere Platte gegen diffuse R. Str., die von B ausgehen. Auf die Symmetrie des Apparats ist die größte Sorgfalt verwendet. Um aber vor Täuschungen, die durch kleine Unsymmetrien hervorgebracht werden könnten, sicher zu sein, kann die ganze Kamera um 180° gedreht werden, und das Diaphragma B auf die andere Seite von f gebracht werden, so daß die R. Str. in entgegengesetzter Richtung den Apparat durchlaufen. Der Deckel der Kamera wurde durch Picein luftdicht verschlossen und der Apparat durch eine Quarzglasdif-

1) Die Dicke betrug 0,003 mm.

2) E. Rutherford u. H. Robinson, Phil. Mag. Vol. 26, S. VI, 717, 1913.

3) R. Whiddington, Proc. Cambr. Phil. Soc. 20, 442—444, 1921.

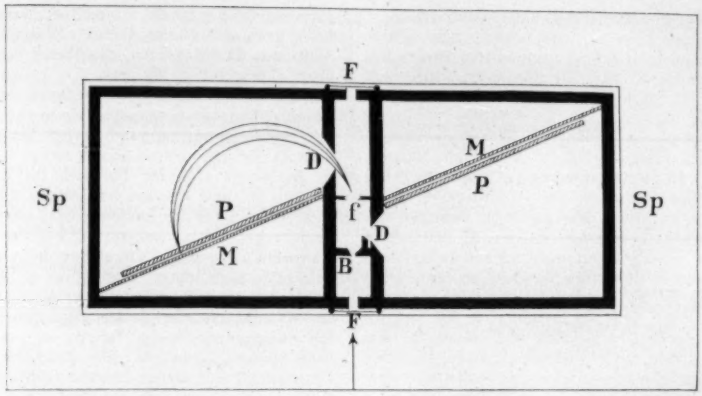


Fig. 3.

fusionspumpe unter Zwischenschaltung eines Rohres, das mit flüssiger Luft gekühlt war, auf das höchste Vakuum gebracht. Als photographische Platten verwendete ich Agfa-Diapositiv-Platten. Die R. Röhre wurde mit 50-Perioden-Wechselstrom, der in einem Funkeninduktor transformiert wurde, betrieben. Die Kathodenscheitelspannung betrug bei den Versuchen mit Molybdän-Antikathode ungefähr 40 Kilo-Volt, — es trat also starke Molybdän-K-Strahlung auf, — bei den Versuchen mit Wolfram-Antikathode 60 Kilo-Volt. Im ersteren Falle war eine Expositionsdauer von 11 Stunden bei einer Kathodenstromstärke von 25 M.-Amp., im letzteren eine solche von 7 Stunden bei 12 M.-Amp. nötig.

Bei diesen Versuchen war es nicht möglich, die Antikathode so nahe an den Strahler heranzubringen, wie bei jenen von Whiddington und dementsprechend war die Intensität der Elektronenstrahlung viel geringer. Ich mußte daher auf eine so feine Aufteilung des Spektrums, wie Whiddington[1]) oder De Broglie[2]) erzielten, verzichten. Immerhin sind auf den Platten zwei bis drei Intensitätsmaxima deutlich sichtbar. Die Schwärzung der Platten wurde mit einem Registrierphotometer durch Herrn Dr. Weber ausgemessen, dem ich hiermit meinen besten Dank hierfür ausspreche. Von diesen Kurven, bei denen die Ordinate die Schwärzung bedeutet, sind hier zwei wiedergegeben.

1) R. Whiddington, Proc. Cambr. Phil. Soc. **20**, 442—444, 1921.
2) De Broglie, C. R. **173**, 1151—1160, 1921.

Fig. 4.

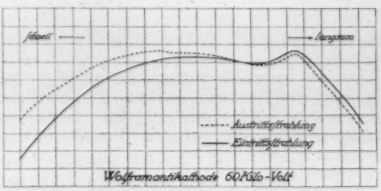


Fig. 5.

Das Ergebnis dieser Untersuchungen war folgendes:

1. Die Intensitätsmaxima liegen auf beiden Platten auf derselben Stelle, entsprechen also gleichen Elektronengeschwindigkeiten.

2. Die Intensität der langsamen Elektronen ist auf der Eintrittsseite der R. Str. merklich größer[1]), was vielleicht auf Schwächung der

1) Wenn in Fig. 4 im Gebiet der langsamsten Elektronen sich die Kurven nochmals kreuzen, so ist das wohl auf einen Plattenfehler in der Nähe des Randes zurückzuführen. Bei anderen Aufnahmen ist das nicht der Fall.

weichen R. Str. in der Kupferfolie zurückzuführen ist.

3. Die Intensität der schnellsten Elektronen ist auf der Austrittsseite deutlich größer, und dieser Unterschied wächst mit deren Geschwindigkeit.

Deshalb ist es noch nicht ausgeschlossen, daß die Comptonelektronen wie die Theorie von Debye verlangt, vom Atom selbst nur nach der Richtung der Austrittsseite abgeschlossen werden; denn bei ihrer geringen Geschwindigkeit erleiden sie im Metall starke diffuse Zerstreuungen, wodurch die Asymmetrie verwischt wird. Ferner wird der zu erwartende stärkere Effekt an der Austrittsseite dadurch aufgehoben, daß die weichen R. Str. in der Folie geschwächt werden und daher an der Eintrittsseite mehr Elektronen erzeugen. Aus den Versuchen folgt aber mit Sicherheit, daß die Asymmetrie im wesentlichen auf die schnellen Photoelektronen und nicht oder nur zum kleinen Teil auf die langsameren Comptonelektronen zurückzuführen ist.

Karl Lichtenecker (Reichenberg i. B.), Die Temperatur-Widerstands-Funktion metallischer Leiter.

Die Temperatur-Widerstands-Kurve der festen Metalle hat im wesentlichen folgenden Verlauf.

1. Im ganzen Gebiete vom Schmelzpunkt bis herab nahe an den absoluten Nullpunkt ist die Kurve schwach aber deutlich konkav gekrümmt, d. h. der Temperaturgradient des Widerstandes nimmt, wenn auch langsam, im ganzen Gebiete mit wachsender absoluter Temperatur zu.

2. Bei einer bestimmten Temperatur, der sogenannten Sprungtemperatur geht der Widerstand plötzlich, d. h. innerhalb eines sehr kleinen Temperaturintervalls auf einen fast bei Null liegenden Wert zurück. Der Temperaturgradient der TW-Kurve wird also für den Sprungpunkt unendlich groß.

Man kann sich nun die Aufgabe stellen zu untersuchen, ob diese beiden wesentlichen Eigenschaften der TW-Kurve sich ergeben, wenn man die sehr einfache Annahme macht, daß bei irgendeiner Temperatur das Metall aus Partikeln besteht, welche die Leitfähigkeit ausschließlich (oder so gut wie ausschließlich) bewirken und aus solchen, die an der Leitfähigkeit keinen oder nur einen im Verhältnis verschwindend kleinen Anteil haben, wobei es natürlich keineswegs ausgeschlossen sein soll, daß Aggregatteilchen, die in einem Zeitelement zur ersten Gattung gehört haben, sich zu irgendeinem späteren Zeitpunkt als zur zweiten Gattung gehörig erweisen und umgekehrt. Diese Annahme läuft also darauf hinaus, das Metall bei irgendeiner Temperatur als eine Legierung zweier Bestandteile mit sehr verschiedenen Leitfähigkeiten zu betrachten, wobei das Raumverhältnis Θ der beiden Komponenten natürlich als von der Temperatur irgendwie abhängig zu betrachten ist.

In weiten Gebieten hat sich für die Leitfähigkeit — und wie wir hinzufügen müssen — zugleich auch für den Leitwiderstand metallischer Legierungen, falls sekundäre Effekte ausgeschlossen sind, eine Formel bewährt, die man auf sehr allgemeinen Überlegungen aufbauen kann und die aussagt, daß, wenn Θ_1 und Θ_2 die Raumanteile der beiden Bestandteile eines Mischungskörpers sind, w_1 und w_2 die spezifischen Widerstände, λ_1 und λ_2 die spezifischen Leitfähigkeiten der beiden Bestandteile, daß sich dann weder der Widerstand noch die Leitfähigkeit des Aggregates nach der bekannten Mischungregel errechnet, sondern der Logarithmus der Leitfähigkeit (und auch der Logarithmus des Leitwiderstandes), daß also

$$\log w = \Theta_1 \log w_1 + \Theta_2 \log w_2$$

und gleichzeitig

$$\log \lambda = \Theta_1 \log \lambda_1 \cdot \Theta_2 \log \lambda_2,$$

wobei Θ_1 und Θ_2 echte Brüche darstellen[1]).

Anders ausgedrückt heißt dies

$$w = w_1^{\Theta_1} \cdot w_2^{\Theta_2}.$$

Wenn wir berücksichtigen, daß $\Theta_1 + \Theta_2 = 1$ und wenn wir das Verhältnis der Widerstände v nennen, so ergibt sich

$$w = w_1^{1-\Theta_2} \cdot w_2^{\Theta_2} = w_1 \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^{\Theta_2};$$

$$w = w_1 \cdot v^{\Theta}.$$

Diese Gleichung hat sich für die Berechnung künstlicher und natürlicher binärer Aggregate metallischer Leiter sehr weitgehend verwenden lassen. Sie hat sich aber auch überraschend gut bewährt bei der Berechnung der Dielektrizitätskonstanten von Wienerschen Mischkörpern, worüber eine demnächst erscheinende Arbeit ausführlich berichtet[2]).

Wir nehmen nun an, das Mischungsverhältnis Θ sei eine Potenz $\varkappa$ des Temperaturverhältnisses ϑ, das die Lage der Temperatur T in dem Fundamentabstand T_1 bis T_2 festlegt.

Bezeichnet also T_1 jene Temperatur, bei der im wesentlichen nur Teile des ersten (supraleitenden) Bestandteiles vorhanden sind und T_2 jene, bei welcher nur oder sehr vorwiegend

1) Karl Lichtenecker, Physik. Zeitschr. **25**, 169 bis 233, 1924.

2) Vorgelegt der Sächs. Akad. d. Wissensch.

Teilchen der anderen Gattung vorhanden sind, so ist offenbar

$$\vartheta = \frac{T - T_1}{T_2 - T_1};$$

setzen wir also, wie eben angenommen

$$\Theta = \vartheta^x,$$

so erhalten wir als TW-Kurve die Gleichung:

$$w = w_1 \cdot v^{\vartheta^x}.$$

Diese Kurve hat:

I. Die wesentlichen analytischen Merkmale der TW-Funktion:

a) $\left(\frac{dw}{dT}\right)_{T=T_1} = \infty,$

b) $\left(\frac{d^2w}{dT^2}\right)_{T=T_1+\varepsilon}$, wo $\varepsilon \ll T,$

c) $\left(\frac{dw}{dT}\right)_{T=T_1+\varepsilon}^{T=\infty} > 0.$

II. Wesentliche Vorteile — auch als bloße Interpolationskurve betrachtet, nämlich:

a) Sie gilt für den spezifischen Widerstand und die spezifische Leitfähigkeit in streng identischer Form.

b) Sie liefert, wenn sie aus verschiedenen, als exakt richtig vorgestellten Widerstandswerten irgendwelcher Zwischentemperaturen berechnet wird, auch exakt die gleiche Kurve (was Interpolationsformeln im allgemeinen nicht tun).

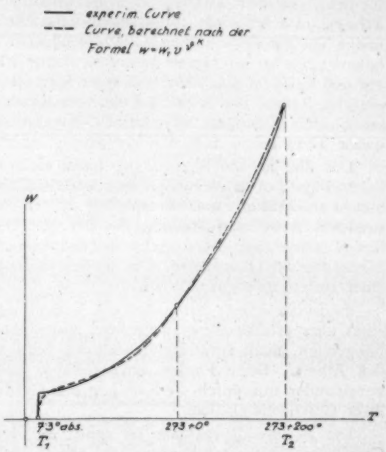
c) Sie ist mit höchster Leichtigkeit für die numerische Ausrechnung mittels Logarithmen zu handhaben und durch lineare Beziehungen auf Logarithmenpapier darzustellen.

d) Sie gilt unverändert für Legierungen zweiter und höherer Stufe, die selbst wieder aus Legierungen der Bestandteile zusammengesetzt sind. Hieraus ergibt sich insbesondere die Möglichkeit, sie auf Temperaturen T_1 und T_2 anzuwenden, für welche noch eine gewisse Beimischung des anderen Bestandteiles vorhanden ist.

III. Sie deckt sich mit einem Grade der Annäherung, die aus der beigegebenen Tabelle hervorgeht, mit dem vorhandenen Zahlenmaterial innerhalb eines Bereiches von 2,38 bis $^1/_2 \cdot 10^{-10}$.

Temperatur	Widerstand *Pb*	
	berechnet	experim. gemessen
$T = 273 + 300$	2,3786	2,3786
$273 + 200$	1,896	1,877
$273 + 100$	1,436	1,422
$273 + 0$	1	1
$273 - 78$	0,680	0,691
$273 - 192$	0,247	0,262
$273 - 250$	0,050	0,036
$273 - 260$	0,019	0,010
$\vartheta = 273 - 265$	0,003	0,002
$7,5 = 273 - 265,5$	0,0011	0,0012
$7,3 = 273 - 265,7$	$^1/_2 \cdot 10^{-10}$	$^1/_2 \cdot 10^{-10}$

Die ersten 6 der experimentell gemessenen Werte sind entnommen der Tabelle III der Arbeit von Holborn, die letzten 5 der zusammenfassenden Abhandlung von C. A. Crommelin[1]).



Das beigegebene Diagramm stellt die Beziehung zwischen der experimentell bestimmten und der hier aufgestellten TW-Funktion mit Übertreibung der Abweichungen dar.

Eine noch größere Übereinstimmung anzustreben, wäre im gegenwärtigen Zeitpunkte ohne Zweck. Ohne genauere Kenntnis der experimentellen Widerstandswerte im supraleitenden Zustande (Restwiderstand) kann ja auch eine Entscheidung über die nähere Beschaffenheit der Temperaturverteilungsfunktion $\Theta = \Theta(\vartheta)$ nicht getroffen werden. Außerdem ist es so gut wie sicher, daß sekundäre Effekte sich auch hier bei den meisten Metallen dem primären Effekt mehr oder weniger stark überlagern. Dies muß schon deshalb angenommen werden, weil einzelne Metalle ja vorläufig bei den tiefsten Temperaturen noch ein abweichendes Verhalten zeigen. Es war lediglich Zweck dieser kurzen Mitteilung, zu zeigen, daß schon die gemachten, der gegenwärtigen Kenntnis entsprechenden einfachen Annahmen über die Größe des Restwiderstandes und über die Menge des supraleitenden Bestandteiles als Funktion der Temperatur, den Verlauf der Temperatur-Widerstands-Funktion qualitativ vollkommen und quantitativ recht gut darstellen.

1) L. Holborn, Ann. d. Phys. **59**, 164, 1919; C. A. Crommelin, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **19**, 38, 1922.

Otto Wiener (Leipzig), Schwingungen elastischer Art im kräftefreien Strömungsäther.

1. Kurze Übersicht über die bisherigen Ergebnisse der Theorie des Strömungsäthers. Da ich nicht voraussetzen kann, daß meine Theorie des Strömungsäthers[1]) allgemein bekannt ist, so sei es mir gestattet, bevor ich auf den besonderen Gegenstand dieser Mitteilung eingehe, kurz zu berichten über die Ziele, Grundlagen und bisherigen wesentlichen Ergebnisse dieser Theorie.

Das Ziel ist die Begründung einer einheitlichen Physik unter grundsätzlicher Ausschaltung von Fernekräften und Beseitigung aller besonderen Arten von Massen, die der gewöhnlichen ponderablen Masse und der elektrischen Masse aus den Grundlagen, d. h. die Begründung einer reinen Bewegungsphysik.

Zugrunde gelegt wird also die Vorstellung eines alles erfüllenden einheitlichen, zusammenhängenden, nicht zusammendrückbaren Stoffes, des Äthers. Seine Punkte unterscheiden sich voneinander nur durch die Richtung und Größe ihrer Geschwindigkeiten.

Die zu lösende Aufgabe ist dann, aus der Geschwindigkeit eines Punktes und seiner Umgebung die Beschleunigung in diesem Punkte abzuleiten. Die Ableitung erfolgt nach einem Gesetz ähnlich dem Gesetz der geradesten Bahn von Hertz. Daraus folgt dann, daß die Beschleunigung jedes Teilchens oder Ätherpunktes senkrecht zur Richtung der absoluten Geschwindigkeit dieses Punktes und in der Schmiegungsebene der Strömungslinie liegt, die durch ihn hindurchgeht; dadurch ist die Richtung der Beschleunigung bestimmt; ihre Größe wird festgesetzt durch die Bedingung, daß die Unzusammendrückbarkeit des Äthers erhalten bleiben soll. Dadurch erhält man eine Differentialgleichung, aus der die absolute Größe der Beschleunigung gefunden werden kann, sei es, daß man aus ihr eine unendliche Reihe ableitet, sei es, daß man sie unmittelbar lösen kann[2]).

Aus dem Umstande, daß die Beschleunigung senkrecht zur Richtung der Geschwindigkeit erfolgt, ergibt sich die wichtige und grundlegende Folgerung, daß die Größe der absoluten Geschwindigkeit jedes Teilchens sich im Verlauf der Zeit überhaupt nicht ändert. Aus dieser Unveränderlichkeit der Absolutgeschwindigkeit eines Teilchens ergibt sich zunächst das Gesetz der Erhaltung der Energie, da es ja in der Physik des Strömungsäthers keine andere Energie als Bewegungsenergie gibt.

Es folgt daraus aber weiter, daß ein beständiges oder stabiles Strömungsgebilde, das aus Teilchen besteht, die sich in geschlossenen Bahnen bewegen, seine Form ändern muß, sobald das ganze Gebilde von der Ruhe in einen Zustand gleichförmiger, fortschreitender Bewegung oder der Beschleunigung übergegangen ist. Denn da die absolute Geschwindigkeit eines Teilchens sich nicht ändern kann, so muß bei einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit des ganzen Gebildes die Relativgeschwindigkeit im Umlauf sich ändern und damit auch die Form des Gebildes. Damit ist der tiefere Grund der Lorentz-Zusammenziehung nachgewiesen und es steht zu erwarten, daß die aus der Einsteinschen Relativitätstheorie gezogenen Folgerungen sich auch aus der Theorie des Strömungsäthers später ergeben werden. Insbesondere ist klar, daß das Gebilde, solange es nicht zerfallen soll, keine größere Gesamtgeschwindigkeit annehmen kann, als die kleinste Geschwindigkeit ist, die in dem Gebilde vorkommt. Nimmt man an, daß die Geschwindigkeit der Ätherteilchen im Mittel von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit ist, so wird es selbstverständlich, daß die größte Geschwindigkeit, die ein stabiles Gebilde haben kann, von der Größenordnung der Lichtgeschwindigkeit sein muß. Damit findet die merkwürdige Erfahrung ihre Erklärung, daß man bisher keine größeren Geschwindigkeiten als die Lichtgeschwindigkeit hat beobachten können, ohne daß man den unverständlichen Glaubenssatz einer völligen Unveränderlichkeit der Lichtgeschwindigkeit außerhalb eines Schwerefeldes und der Unüberschreitbarkeit dieser Geschwindigkeit im einzelnen anzunehmen braucht.

Da die an die Relativitätstheorie gewöhnten Physiker es nicht ohne weiteres verstehen werden, inwiefern man das Recht hat, von absoluter Geschwindigkeit zu sprechen, so sei hier bemerkt, daß eine solche Geschwindigkeit sich nach dem Grundgesetz aus nur relativen Größen grundsätzlich berechnen läßt, wodurch die Einführung der absoluten Geschwindigkeit gerechtfertigt ist.

Die neue Theorie führt auch zu einer außerordentlich einfachen und keiner Zusatzannahmen bedürftigen Erklärung der Schwerkraft, die sich auf die Wirbelnatur der Strömung zurückführt.

1) Vgl. „Das Grundgesetz der Natur und die Erhaltung der absoluten Geschwindigkeiten im Äther", Abh. d. Sächs. Akad. Bd 38, 1921, vorgetragen 1. Juli 1920; „Die mathematische Fassung des Grundgesetzes". Ebenda Ber. 75, 132, 1923; 76, 170, 1924.

2) Da jene Differentialgleichung eine partielle ist, so kann man zwar formal jeweils eine Klasse von Funktionen als Lösung finden. Die Eindeutigkeit wird aber meist schon durch die physikalisch selbstverständliche Forderung gewährleistet, daß die gesuchte Größe die Dimension einer Beschleunigung haben muß. Andernfalls ist unter den möglichen Lösungen diejenige zu suchen, die die kleinste absolute Beschleunigung liefert.

Das Neue, worüber ich heute berichten möchte, ist nun, daß in diesem Strömungsäther, obgleich seine Grundlagen keine Kräfte kennen, Schwingungen elastischer Art vorkommen können.

Die Behandlung der Differenzialgleichung führt im allgemeinen zu außerordentlich verwickelten Rechnungen, die nur selten geschlossene Integrationen gestatten. Um daher auf diesem Gebiete überhaupt vordringen zu können, muß man aus der Fülle der Möglichkeiten ein besonders einfaches Strömungsfeld herausgreifen. Das erreicht man dadurch, daß man von einem Strömungsfeld ausgeht, das zu einer stationären Strömung führt und dann nur unendlich kleine Abweichungen der Geschwindigkeiten von diesen Strömungen annimmt.

Ob ein vorgelegtes Strömungsfeld stationär ist oder nicht, läßt sich in außerordentlich einfacher Weise entscheiden. Man hat dabei von der Eulerschen Gleichung für eine nicht zusammendrückbare Flüssigkeit auszugehen:

$$\frac{du}{dt} = \mathfrak{U} + \frac{\partial u}{\partial t}, \qquad (1)$$

worin bedeutet:

$$\mathfrak{U} = u \nabla u^{1}). \qquad (2)$$

Der Inhalt dieser Gleichung besagt, daß die individuelle oder persönliche Beschleunigung du/dt eines Teilchens gleich ist der Ortsbeschleunigung $\partial u/\partial t$, d. h. der Geschwindigkeitsänderung an einem bestimmten Ort, vermehrt um eine Größe $\mathfrak{U}$, die nur von dem gegebenen Zustand abhängt, und die hier als „Feldbeschleunigung" bezeichnet werden soll. In kurzen Worten kann man sagen: Die persönliche Beschleunigung ist gleich der Summe der Ortsbeschleunigung und der Feldbeschleunigung. Es stellt sich dann heraus, daß eine stationäre Strömung dann vorliegt, wenn überall die Feldbeschleunigung auf der Richtung der absoluten Geschwindigkeit senkrecht steht.

Die zweite Vereinfachung, die man einführen kann, ist die, daß man zunächst den zweidimensionalen Fall behandelt, d. h. das Feld als unabhängig von der „z"- bzw. 3-Koordinate betrachtet. Zur Bestimmung der Richtung von du/dt genügt dann die Forderung:

$$u \cdot \frac{du}{dt} = 0, \qquad (3)$$

während die Größe der Beschleunigung zu bestimmen ist aus der Forderung:

$$\operatorname{div} \frac{\partial u}{\partial t} = 0. \qquad (4)$$

2. Strömungsfeld, unendlich wenig entfernt von dem eines stationären zylindrischen Wirbels. Ansatz und allgemeine Lösung. Gegeben sei zunächst für den Anfangspunkt der Zeit $t = 0$ das Feld eines zylindrischen Wirbels. Die laufenden Koordinaten seien x_1 und x_2. Die Achse des Fadens habe die x_3-Richtung. Die Aufgabe ist dann zweidimensional und die Geschwindigkeitskomponenten u_1 und u_2 lassen sich darstellen durch:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= -\omega x_2 \\ u_2 &= \omega x_1 \end{aligned}\right|, \qquad (5)$$

worin ω die konstante Winkelgeschwindigkeit bedeutet. Die Stromlinien — d. h. Linien, deren Tangenten überall die Richtung der Geschwindigkeit für $t = 0$ anzeigen — bestehen aus konzentrischen Kreisen mit dem Koordinatenursprung als Mittelpunkt.

Die „Feldbeschleunigung" $\mathfrak{U}$ steht dann überall senkrecht auf der Geschwindigkeit. Die Bewegung ist daher nach dem in 1 Gesagten stationär und die Gleichungen (5) gelten für alle Zeiten.

Die Darstellung des Feldes in (5) ist nur für endliche Entfernungen vom Wirbelzentrum zulässig, da für unendlich große Entfernungen auch unendlich große Geschwindigkeiten auftreten würden. Die gleiche Beschränkung gilt für das nun folgende Beispiel.

Es soll jetzt ein Feld betrachtet werden, das von diesem stationären nur unendlich wenig entfernt sei. Zu diesem Zweck sollen die unendlich kleinen Konstanten $\varkappa$ und λ eingeführt werden, d. h. Größen von der Ordnung $\varkappa^2$, λ^2, $\varkappa \cdot \lambda$ sollen außer Betracht bleiben.

$\varkappa$ und λ sind also unabhängig vom Ort, d. h. von x_1, x_2, dagegen, wie sich alsbald zeigen wird, veränderlich mit der Zeit.

Das Feld sei jetzt für $t = 0$ gegeben durch den Ansatz:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= -\omega\left((1-\varkappa)x_2 + \lambda x_1\right) \\ u_2 &= \omega\left((1+\varkappa)x_1 + \lambda x_2\right) \end{aligned}\right|, \qquad (6)$$

also:

$$\left.\begin{aligned} u = \omega(-e_1 x_2 + e_2 x_1) + \\ + \omega\left(e_1(\varkappa x_2 - \lambda x_1) + e_2(\varkappa x_1 + \lambda x_2)\right) \end{aligned}\right\}, \qquad (7)$$

oder:

$$\left.\begin{aligned} u = \omega(-e_1 x_2 + e_2 x_1) + \\ + \omega\left\{\varkappa(e_1 x_2 + e_2 x_1) + \lambda(-e_1 x_1 + e_2 x_2)\right\} \end{aligned}\right\}. \qquad (8)$$

Die Stromlinien bestehen jetzt, wie sich leicht nachweisen läßt, aus konzentrischen Ellipsen. Im später in Betracht zu ziehenden

---

1) ∇ bedeutet den Hamiltonschen Operator, also:

$$u \nabla u = u_1 \frac{\partial u}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial u}{\partial x_3} = e_1 u \cdot \nabla u_1 + e_2 u \cdot \nabla u_2 + e_3 u \cdot \nabla u_3.$$

Hierin bedeuten noch die e die Einheitsvektoren in den drei Koordinatenrichtungen.

Fall, daß $\varkappa = \varkappa_0$, $\lambda = 0$ wird für $t = 0$, liegen die kleinen Achsen der Ellipsen in der 1-Richtung und der Längenunterschied der großen und kleinen Ellipsenachse beträgt das $\varkappa_0$fache der mittleren Achsenlänge (Fig. 1). Die Allgemein-

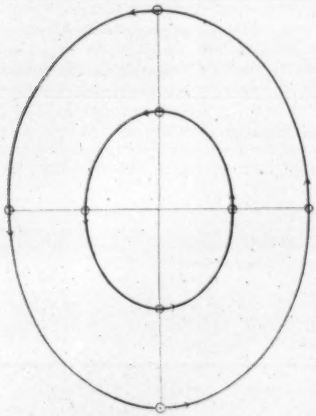


Fig. 1.

heit der Betrachtung leidet unter dieser Sonderannahme nicht, da man den allgemeinen Fall stets durch geeignete Wahl des Koordinatensystems auf den soeben gekennzeichneten zurückführen kann.

Es ist jetzt die Frage nach dem ferneren Verlauf der Strömung. Wird sie sich asymptotisch der stationären Strömung annähern, oder wird sie um sie herum Schwingungen ausführen? Es stellt sich heraus, daß das letztere der Fall ist. Die Lösung lautet:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\mathfrak{u}}{dt} &= -\omega^2 (\mathfrak{e}_1 x_1 + \mathfrak{e}_2 x_2) - \\ &- \omega^2 \{\mathfrak{e}_1 (\varkappa x_1 + \lambda x_2) + \mathfrak{e}_2 (\lambda x_1 - \varkappa x_2)\} \end{aligned}\right| \cdot \quad (9)$$

Nun ergibt sich aus (6), wenn man Größen von der Ordnung $\varkappa^2$, λ^2, $\varkappa \cdot \lambda$ außer Betracht läßt, die Feldbeschleunigung:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{U} = \mathfrak{e}_1 \left(u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right) + \mathfrak{e}_2 \left(u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \right. \\ \left. + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right) = -\omega^2 (\mathfrak{e}_1 x_1 + \mathfrak{e}_2 x_2) \end{aligned}\right| \cdot \quad (10)$$

Dann wird:

$$\frac{d\mathfrak{u}}{dt} = \mathfrak{U} - \omega^2 \{\mathfrak{e}_1 (\varkappa x_1 + \lambda x_2) + \mathfrak{e}_2 (\lambda x_1 - \varkappa x_2)\}. \quad (11)$$

D. h. es wird die Ortsbeschleunigung:

$$\frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t} = -\omega^2 \{\mathfrak{e}_1 (\varkappa x_1 + \lambda x_2) + \mathfrak{e}_2 (\lambda x_1 - \varkappa x_2)\}, \quad (12)$$

oder:

$$\frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t} = +\omega^2 \{-\lambda (\mathfrak{e}_1 x_2 + \mathfrak{e}_2 x_1) + \varkappa (-\mathfrak{e}_1 x_1 + \mathfrak{e}_2 x_2)\}. \quad (13)$$

Man erkennt leicht, daß die Bedingungen der Aufgabe durch diese Lösung befriedigt werden.

Denn es ist die Forderung (4) erfüllt:

$$\operatorname{div} \frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t} = 0,$$

und ferner bei Ausnahme der quadratischen Glieder in $\varkappa$ und λ die Forderung (3):

$$\mathfrak{u} \cdot \frac{d\mathfrak{u}}{dt} = 0.$$

Der Vergleich von (13) mit (8) lehrt, daß sich die Größen von $\varkappa$ und λ mit der Zeit ändern, und zwar gemäß den Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\varkappa}{dt} &= -\omega\lambda \\ \frac{d\lambda}{dt} &= +\omega\varkappa \end{aligned}\right\} \cdot \quad (14)$$

Der Ansatz (6) bleibt daher für alle Zeiten bestehen, nur sind $\varkappa$ und λ als Funktionen der Zeit, und nur dieser zu betrachten.

Daraus ergeben sich für $\varkappa$ und λ die beiden einfachen Differenzialgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\varkappa}{dt^2} &= -\omega^2\varkappa \\ \frac{d^2\lambda}{dt^2} &= -\omega^2\lambda \end{aligned}\right\} \cdot \quad (15)$$

Setzt man als Anfangsbedingungen fest:

$$\text{für } t = 0 \qquad \varkappa = \varkappa_0, \quad \lambda = 0, \quad (16)$$

so wird:

$$\left.\begin{aligned} \varkappa &= \varkappa_0 \cos \omega t \\ \lambda &= \varkappa_0 \sin \omega t \end{aligned}\right\}. \quad (17)$$

Hierin ist $\varkappa_0$ die einzige Konstante des Feldes, die neben der mittleren Winkelgeschwindigkeit ω den ganzen Ablauf der Bewegung bestimmt. Setzt man (17) in (6) ein, so kann man die Lage eines Punktes x_1, x_2 zur Zeit t ableiten, wenn ihre Lage zur Zeit $t = 0$ bekannt ist. Kennzeichnet man diese Lage durch die Polarkoordinaten α_0 und r_0, so ergeben sich die Polarkoordinaten α und r zur Zeit t, wenn man noch den Phasenwinkel τ einführt:

$$\tau = \omega t, \quad (18)$$

wie folgt:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 + \tau + \varkappa_0 (\sin (\tau + 2\alpha_0) - \sin 2\alpha_0) \\ r &= r_0 \{1 - \varkappa_0 (\cos (\tau + 2\alpha_0) - \cos 2\alpha_0)\} \end{aligned}\right\}, \quad (19)$$

oder die Cartesischen Koordinaten:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= r_0\{\cos(\tau+\alpha_0)+\varkappa_0(\cos(\tau-\alpha_0)-\cos\alpha_0)\}\\ x_2 &= r_0\{\sin(\tau+\alpha_0)+\varkappa_0(\sin(\tau-\alpha_0)+\sin\alpha_0)\}.\end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Rechnet man in dieser Gleichung die trigonometrischen Funktionen der Winkelsummen als Funktionen der einzelnen Winkel aus und führt die folgende Ersetzung ein:

$$\left.\begin{aligned} r_0(1+\varkappa_0)\cos\alpha_0 &= R_0\cos\varphi_0\\ r_0(1-\varkappa_0)\sin\alpha_0 &= R_0\sin\varphi_0\end{aligned}\right\}, \quad (21)$$

so gehen die Gleichungen (20) über in:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= R_0\cos(\varphi_0+\tau)-\varkappa_0\cos\alpha_0\\ x_2 &= R_0\sin(\varphi_0+\tau)+\varkappa_0\sin\alpha_0\end{aligned}\right\}. \quad (22)$$

Daraus ergibt sich die folgende einfache Konstruktion (Fig. 2). Bedeutet O den ruhenden

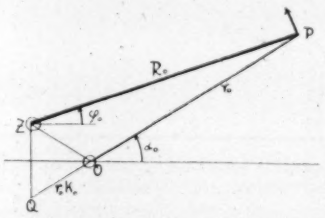


Fig. 2.

Mittelpunkt der ganzen Umlaufsströmung und P den Punkt, dessen Bahn gesucht wird, so trage man auf der Verlängerung des Fahrstrahls OP (α_0, r_0) jenseits O die Strecke $r_0\varkappa_0$ gleich OQ auf, spiegele den Punkt Q an der x_1-Achse nach Z, so ergibt sich: $R_0 = ZP$ und φ_0 gleich dem Winkel zwischen ZP und der x_1-Achse.

Der Punkt P führt dann um Z als Mittelpunkt eine Kreisbewegung aus mit der Winkelgeschwindigkeit ω und dem Radius R_0. Alle Punkte der Ebene beschreiben Kreisbahnen, jedoch jeder um einen andern Mittelpunkt herum.

Hier werde noch vermerkt, daß sich R_0 und φ_0 aus (21) ergeben zu:

$$\left.\begin{aligned} R_0 &= r_0(1+\varkappa_0\cos 2\alpha_0)\\ \varphi_0 &= \alpha_0-\varkappa_0\sin 2\alpha_0\end{aligned}\right\}. \quad (23)$$

3. Einfaches Beispiel: Umlauf eines Körpers, der von einer Fläche gleicher Energie begrenzt ist. Führt man in die Gleichungen (6) die Werte λ und $\varkappa$ aus (17) ein und benutzt für x_1, x_2 die Polarkoordinaten:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= r\cos\alpha\\ x_2 &= r\sin\alpha\end{aligned}\right\}, \quad (24)$$

so wird:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= -\omega r\{\sin\alpha+\varkappa_0\sin(\tau-\alpha)\}\\ u_2 &= \omega r\{\cos\alpha+\varkappa_0\cos(\tau-\alpha)\}\end{aligned}\right\}. \quad (25)$$

Daher wird das Quadrat der absoluten Geschwindigkeit $u^2 = u_1^2 + u_2^2$:

$$u^2 = \omega^2 r^2\{1+2\varkappa_0\cos(\tau-2\alpha)\}. \quad (26)$$

Führt man für r erst r_0 aus (19) und dann R_0 aus (23) ein, so wird:

$$r = R_0(1-\varkappa_0\cos(\tau-2\alpha)). \quad (27)$$

Damit geht (26) über in:

$$u^2 = \omega^2 R_0^2. \quad (28)$$

D. h. u^2 wird konstant, wenn man R_0 konstant wählt, also eine Ausgangskurve wählt für $t = 0$ nach (27):

$$r_0 = R_0(1-\varkappa_0\cos 2\alpha_0). \quad (29)$$

Das ist eine Ellipse, deren kleine Achse in der x_1-Richtung liegt und deren Achsenlängen den Unterschied $2\varkappa_0 \cdot R_0$ besitzen.

Die Kurve für eine beliebige Zeit t, oder einen Phasenwinkel $\tau = \omega t$ wird durch (27) dargestellt. Sie besteht also gleichfalls aus einer Ellipse, die mit der Ausgangsellipse kongruent ist, nur verdreht gegen sie. Die Lage der kleinen Achse erhält man, indem man den Cosinus gleich 1 macht, also setzt:

$$\alpha = \frac{\tau}{2} = \frac{\omega}{2}t, \quad (30)$$

d. h. die Ellipse dreht sich mit der halben Winkelgeschwindigkeit, mit der die einzelnen Punkte umlaufen.

Der Bewegungsvorgang ist also zufolge des Schlusses des letzten Abschnittes (vgl. Fig. 3) dieser:

Jeder Punkt der Ellipse bewegt sich auf einem Kreise mit dem für alle Punkte gleichen Radius R_0 mit derselben Winkelgeschwindigkeit ω oder derselben absoluten Geschwindigkeit $R_0\omega$. Die Mittelpunkte dieser Kreise liegen angeordnet auf einem kleinen Kreise mit dem Radius $\varkappa_0 R_0$. Die Lage dieses Mittelpunktes findet man nach der Konstruktion in Fig. 2, wobei P einen Punkt der Ausgangsellipse bedeutet. Dabei ist zu beachten, daß die Konstruktion nur gilt für kleine Werte von $\varkappa_1$, während in beistehender Fig. 3 der Deutlichkeit halber ein verhältnismäßig großer Wert von $\varkappa_0$, nämlich $^2/_7$ gewählt wurde.

Die Figur zeigt, wie die Punkte der Achsenenden der Ausgangsellipse sich auf Kreisen bewegen, deren Mittelpunkte mit jeweils demselben Zeichen (Kreis, Dreieck, aufrechtes und schiefes Quadrat) gekennzeichnet sind. Man erkennt, daß die Ellipse sich nur um $\frac{\pi}{2}$ dreht, während die Punkte selbst sich um den Betrag π herumdrehen. Selbstverständlich nehmen dabei immer andere Punkte die Lage der Endpunkte der großen Ellipsenachse ein. Nur nach einem

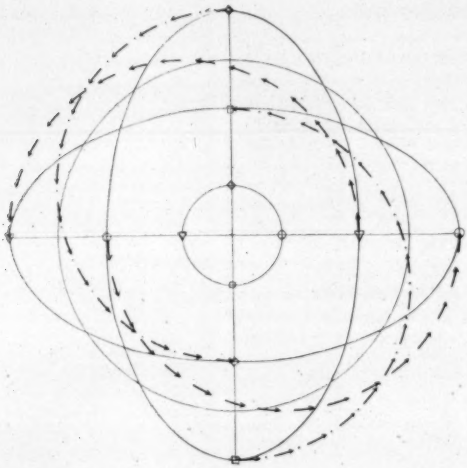


Fig. 3.

vollen Umlauf um 2π befinden sich alle Punkte wieder in den Ausgangslagen.

Der in der Figur eingezeichnete große Kreis zeigt die Lage an, in der die Punkte der Ellipsen bei gleichbleibender Geschwindigkeit übergegangen wären, wenn sie asymptotisch in die stationäre Strömung hätten übergehen können. Statt dessen beschreibt jeder einzelne Punkt relativ zu dem stationären Kreis eine schwingende Bewegung, die aus einem rückläufigen Umlauf in einem Kreise besteht vom Radius $\varkappa_0 R_0$ mit der Winkelgeschwindigkeit ω.

Die Geschwindigkeit, die an einem festgehaltenen Punkt P des stationären Kreises im Ablauf der Zeiten herrscht, ist dieselbe, als ob er neben der konstanten stationären Geschwindigkeit ωR_0 noch eine solche hätte, wie die eines Punktes, der um P mit der Winkelgeschwindigkeit ω im gleichlaufenden Sinne in einem Kreise mit dem Radius $\varkappa_0 R_0$ umliefe.

4. Umlauf eines beliebig liegenden Körpers, der von einem elliptischen Zylinder von geringer Exzentrizität begrenzt ist. Die Gleichung der Ellipse in Polarkoordinaten, bezogen auf den Mittelpunkt der Ellipse als Koordinatenzentrum und als Nullage der Winkel sei:

$$\varrho = R(1 + \mu \cos 2(\beta - \psi)). \qquad (31)$$

Dabei bedeuten β, ϱ die Polarkoordinaten, ψ den Winkel der großen Achse mit der Wagrechten, R den Mittelwert der Achsen, $2\mu R$ den Längenunterschied der Achsen, wobei μ als unendlich kleine Größe behandelt wird.

Das Hauptkoordinatensystem habe den ruhenden Mittelpunkt des ganzen Bewegungsgebildes zu seinem Mittelpunkt, die Wagrechte gleichfalls als Nullage den Winkel. Die allgemeinen Polarkoordinaten seien α und r, die Koordinaten des Ellipsenmittelpunktes seien a_m und a.

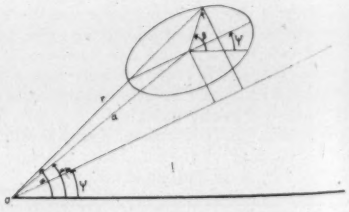


Fig. 4.

Dann gelten die folgenden Koordinatentransformationen (siehe Fig. 4):

$$\begin{aligned} \varrho \cos(\beta - \psi) &= r \cos(\alpha - \psi) - a \cos(\alpha_m - \psi) \\ \varrho \sin(\beta - \psi) &= r \sin(\alpha - \psi) - a \sin(\alpha_m - \psi). \end{aligned} \qquad (32)$$

Durch Quadrieren der Gleichungen, Addieren und Subtrahieren derselben voneinander erhält man:

$$\varrho^2 = r^2 + a^2 - 2ra\cos(\alpha - \alpha_m), \qquad (33)$$

$$\varrho^2 \cos 2(\beta - \psi) = r^2 \cos 2(\alpha - \psi) + a^2 \cos 2(\alpha_m - \psi) - 2ra\cos(\alpha + \alpha_m - 2\psi). \qquad (34)$$

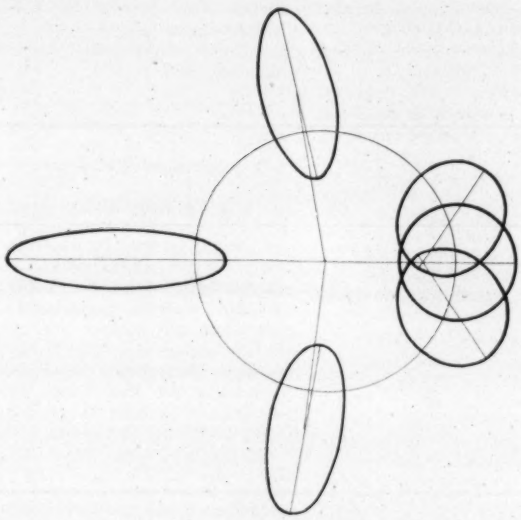


Fig. 5.

Nun läßt sich (31) nach Quadrieren unter Beachtung, daß μ^2 zu vernachlässigen ist, schreiben:

$$R^2 = \varrho^2 - 2\mu\varrho^2\cos 2(\beta - \psi). \qquad (35)$$

Unter Berücksichtigung der beiden Gl. (33) und (34) erhält man dann die Ellipsengleichung in den allgemeinen Polarkoordinaten:

$$\left.\begin{aligned} &-r^2\{1 - 2\mu\cos 2(\alpha - \psi)\} + \\ &+ 2ra\{\cos(\alpha - \alpha_m) - 2\mu\cos(\alpha + \alpha_m - \\ &2\psi)\} = a^2(1 - 2\mu\cos 2(\alpha_m - \psi) - R^2. \end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

Unbeschadet der Allgemeinheit der Betrachtung kann man jetzt ausgehen von einer Ellipse, deren Mittelpunkt für $t = 0$ auf der Wagrechten liege. Dann gelte:

Für $t = 0$:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_m = 0,\ a = a_0,\ \psi = \psi_0,\ R = R_0, \\ \mu = \mu_0,\ r = r_0,\ \alpha = \alpha_0. \end{aligned}\right\} \qquad (37)$$

Dann lautet die Gleichung der Ausgangsellipse:

$$\left.\begin{aligned} &-r_0^2\{1 - 2\mu_0\cos 2(\alpha_0 - \psi_0)\} + \\ &+ 2r_0a_0\{\cos\alpha_0 - 2\mu_0\cos(\alpha_0 - 2\psi_0)\} = \\ &= a_0^2(1 - 2\mu_0\cos 2\psi_0) - R_0^2. \end{aligned}\right\} \qquad (38)$$

Um nun die Gleichung der Kurve nach der Zeit t, bzw. den Phasenwinkel $\tau = \omega t$ zu erfahren, hat man in diese Gleichung statt α_0, r_0 für $t = 0$, die Koordinaten α, r zur Zeit t einzuführen nach den Gleichungen (19), die so geschrieben werden mögen:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha - \tau - \varkappa_0\{\sin(\tau + 2\alpha_0) - \sin 2\alpha_0\} \\ r_0 &= r\{(1 + \varkappa_0(\cos(\tau + 2\alpha_0) - \cos 2\alpha_0)\} \end{aligned}\right\}. \qquad (39)$$

Unter den mit $\varkappa_0$ multiplizierten Winkelfunktionen darf man dann schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha - \tau, \text{ bzw.} \\ \tau + 2\alpha_0 &= -(\tau - 2\alpha),\ 2\alpha_0 = -2(\tau - \alpha) \end{aligned}\right\}, \qquad (40)$$

damit wird:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha - \tau + \varkappa_0(\sin(\tau - 2\alpha) - \sin 2(\tau - \alpha)) \\ r_0 &= r\{1 + \varkappa_0(\cos(\tau - 2\alpha) - \cos 2(\tau - \alpha))\} \end{aligned}\right\}. \qquad (41)$$

Führt man die Werte in (38) ein unter steter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung, so erhält man die Kurvengleichung für τ:

$$\begin{aligned} &-r^2\{1 - 2\varkappa_0(\cos 2(\tau - \alpha) - \cos(\tau - 2\alpha)) - \\ &- 2\mu_0\cos 2(\tau - \alpha + \psi_0)\} + 2ra_0\{\cos(\tau - \alpha) - \\ &- \varkappa_0(\cos(\tau - \alpha) - \cos\alpha) - 2\mu_0\cos(\tau - \alpha + \\ &+ 2\psi_0)\} = a_0^2(1 - 2\mu_0\cos 2\psi_0) - R_0^2. \end{aligned} \qquad (42)$$

Auch dies ist die Gleichung einer Ellipse und man kann sie mit der allgemeinen Ellipsengleichung (36) gleichsetzen, indem man die Koeffizienten der voneinander verschiedenen unabhängig veränderlichen Größen gleichsetzt, d. h. die Koeffizienten von $r^2\cos 2\alpha$, $r^2\sin 2\alpha$, $r\cos\alpha$, $r\sin\alpha$, sowie die konstanten Glieder auf der rechten Seite. Man darf dies, da r^2 in beiden

Gleichungen mit dem Faktor (-1) behaftet auftritt. So erhält man 5 Gleichungen, aus denen sich die 5 Unbekannten a_m, a, ψ, R, μ berechnen lassen. Man erhält:

$$R = R_0, \tag{43}$$

wie das sein muß, da $R^2\pi = {R_0}^2\pi$ den Inhalt der Ellipse ausdrückt, der sich bei der Bewegung nicht ändern darf.

Ferner ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} a_m &= \tau + \varkappa_0 \sin\tau, \\ a &= a_0\,(1 + \varkappa_0\,(1 - \cos\tau)), \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{\mu_0 \sin 2\,(\tau + \psi_0) + \varkappa_0\,(\sin 2\tau - \sin\tau)}{\mu_0 \cos 2\,(\tau - \psi_0) + \varkappa_0\,(\cos 2\tau - \cos\tau)} \tag{45}$$

$$\left.\begin{aligned} \mu^2 = {\mu_0}^2 + 2{\varkappa_0}^2(1 - \cos\tau) + \\ + 2\mu_0\varkappa_0\,(\cos 2\psi_0 - \cos(\tau + 2\psi_0)). \end{aligned}\right\} \tag{46}$$

Kürzungen sind in der letzten Gleichung nicht zulässig, da μ_0 und $\varkappa_0$ als von gleicher Größenordnung angenommen sind.

Man erkennt, daß abgesehen von dem einfachen Verlauf von a_m und a (den Polarkoordinaten des Ellipsenmittelpunktes) die auftretenden Schwankungen der die Exzentrizität bestimmenden Größe μ und des Ellipsenazimutes verwickelter Natur und jedenfalls nicht einfach einer linearen Winkelfunktion von τ proportional sind. Will man lineare Funktionen erzielen, so müßte man μ und ψ in Fouriersche Reihen nach fortschreitenden $\tau = \omega t$ oder nach $\tau/_2$ entwickeln.

5. Einfache Drehbewegungen und einfache Schwingungen elastischer Art. Einen besonders einfachen Fall erhält man für $\psi_0 = \frac{\pi}{2}$ und $\mu_0 = \varkappa_0$. Dann folgt aus den Gleichungen (45) und (46):

$$\left.\begin{aligned} \mu &= \varkappa_0, \\ \operatorname{tg} 2\psi &= \operatorname{tg}\tau, \quad \psi = \frac{\tau}{2} = \frac{\omega}{2}t, \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

d. h. die Ellipse behält ihre Form bei und ihre große Achse dreht sich mit der halben Winkelgeschwindigkeit der mittleren Strömung. Nur ihr Mittelpunkt beschreibt die durch (44) gekennzeichneten einfachen Schwankungen. Auch diese bleiben aus, wenn $a = 0$ wird. Dann bleibt der Mittelpunkt der Gesamtströmung dauernd Mittelpunkt und man erhält den schon in Abschnitt 3 behandelten Fall.

Ausgezeichnet ist noch der Fall, daß die Form der Zylinderoberfläche in einem Augenblick die eines Kreiszylinders annimmt. Setzt man also:

$$\mu_0 = 0, \tag{48}$$

so wird nach (45):

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{\sin 2\tau - \sin\tau}{\cos 2\tau - \cos\tau} = \operatorname{tg}\left(\frac{3\tau}{2} + \frac{\pi}{2}\right), \tag{49}$$

also:

$$\psi = \frac{3\tau}{4} + \frac{\pi}{4}, \tag{50}$$

und nach (46):

$$\left.\begin{aligned} \mu^2 &= 2{\varkappa_0}^2(1 - \cos\tau) = 4{\varkappa_0}^2 \sin\frac{\tau}{2}, \\ \text{oder:} \\ \mu &= 2\varkappa_0 \sin\frac{\tau}{2}. \end{aligned}\right\} \tag{51}$$

D. h. die Ellipsenachse dreht sich mit $^3/_4$ Winkelgeschwindigkeit der mittleren Strömung und gleichzeitig führt die Konstante der Ellipse μ (Verhältnis der Achsenunterschiede zum Achsenmittel) Schwingungen aus von halber Schwingungszahl der mittleren Umlaufszahl der Gesamtströmung.

Dies bedingt eine Erscheinung ganz ähnlich der eines elastischen Kreiszylinders. Denn im Augenblicke des Durchgangs durch die Ausgangslage vertauschen die große und die kleine Achse der Ellipse die Rollen.

Es könnte auffallen, daß die Winkelgeschwindigkeit der Ellipsenachse nicht das Vielfache der halben Winkelgeschwindigkeit $\frac{\omega}{2}$ ausmacht und man könnte auf den Gedanken kommen, daß der umlaufende Körper nach einem vollen Umlauf nicht die Ausgangsgestalt wieder annimmt. Indes springt ja in diesem Augenblick die große Achse um $\frac{\pi}{2}$, das ergänzt den Zuwachs von ψ für $\tau = 2\pi$ im Betrage von $\frac{3}{2}\pi$ zu 2π, so daß tatsächlich nach einem vollen Umlauf der Ausgangszustand wieder erreicht ist.

Die beistehende Fig. 5 zeigt Lage und Form der Ellipse in verschiedenen Phasen des Umlaufs — die obere und untere Lage der Ellipse gehört zum Phasenwinkel $\frac{\pi}{2}$ und $\frac{3\pi}{2}$. Die beiden Ellipsen in der Nähe des Kreises zeigen, von einer kleinen Achsendrehung abgesehen, das Umschlagen der großen Ellipsenachse in die kleine und umgekehrt beim Durchgang durch die Nullage.

Zusammenfassend erblicke ich die Wichtigkeit der vorliegenden Zusammenhänge darin, daß der kräftefreie Strömungsäther Schwingungen elastischer Art fähig ist. Man hat also hier einen Äther vor sich, wie er von Fresnel gefordert wurde: einen Stoff mit den Eigenschaften einer Flüssigkeit, weil seine Teilchen gegeneinander beliebig weit verschiebbar sind, und doch zugleich mit den Eigenschaften eines starren Körpers, weil er Schwingungen elastischer Art fähig ist. Darüber hinaus er-

gibt sich, daß selbst in dem gewählten Beispiel einfachster Art schon ein außerordentlicher Reichtum an verschiedenartigen Bewegungszuständen auftritt.

J. Malsch u. M. Wien (Jena), Über den Temperaturkoeffizienten elektrolytischer Widerstände bei Erwärmung durch ganz kurze Stromstöße.

F. Kohlrausch hat in seinen Arbeiten über die Leitfähigkeit von Elektrolyten stets das größte Gewicht auf die gleichzeitige Bestimmung des Temperaturkoeffizienten (TK.) gelegt. Seine wichtigsten Ergebnisse bezüglich des TK. sind folgende:

1. Der TK. der meisten verdünnten Salzlösungen beträgt bei 18° C etwa 2,2 Proz., der der Säuren und einiger sauren Salze ist wesentlich niedriger, 0,9—1,4 Proz.

2. Eine starke Änderung des TK. beruht stets auf einer Änderung der Konstitution des Elektrolyten.

5. Mit Grotrian zusammen stellte Kohlrausch einen engen Zusammenhang der Leitfähigkeit mit der Zähigkeit des Lösungsmittels fest. Der TK. der Zähigkeit ist bei Wasser etwa 2,5 Proz., also etwas höher, aber von gleicher Größenordnung wie der TK. der elektrischen Leitfähigkeit normaler Salzlösungen.

P. Walden dehnte die Untersuchung auf andere Lösungsmittel aus als Wasser, und stellte die Sätze auf:

4. Das Produkt aus der Zähigkeit η_∞ und der Leitfähigkeit bei unendlicher Verdünnung λ_∞ ist bei dem gleichen Elektrolyt in verschiedenen Lösungsmitteln konstant.

$$\lambda_\infty \eta_\infty = \text{Const.}$$

5. Der TK. der Zähigkeit c_∞ und der der elektrolytischen Leitfähigkeit bei unendlicher Verdünnung α_∞ sind einander gleich. $c_\infty = \alpha_\infty$.

Mit diesen Sätzen scheint in Widerspruch zu stehen, daß der TK. bei Säuren und sauren Salzen in wäßrigen Lösungen wesentlich kleiner ist als der TK. der Zähigkeit des Wassers, und daß bei nicht wäßrigen Lösungen ebenfalls sehr kleine, ja negative TK. der elektrischen Leitfähigkeit auftreten. In diese Fragen hoffen wir von einer neuen Seite aus etwas Licht bringen zu können.

I. Messung elektrolytischer Widerstände durch ganz kurze Stromstöße.

Vor einiger Zeit hat einer von uns[1]) die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes bei elektrolytischen Widerständen für sehr hohe Feldstärken untersucht. Um nicht allzu starke Erwärmung durch den Strom zu erhalten, wurden dabei ganz kurze Stromstöße verwandt und, um die Fehler durch die Stromwärme noch weiter zu vermindern, wurden zur Untersuchung vorzugsweise Flüssigkeiten mit kleinem TK. gewählt ($KHSO_4$ und Bormannitlösung). Dabei zeigte es sich, daß für diese sehr kurzen Stromstöße der TK. nicht die normalen kleinen Werte besitzt, wie bei dauernder Erwärmung, d. h. der „Anfangs-TK." ist von dem „Dauer-TK." verschieden.

Ehe wir näher auf die Ergebnisse eingehen, sei ein kurzer Blick auf die Versuchsanordnung geworfen. Aus Fig. 1 ist sie sogleich ersichtlich. Eine annähernd aperiodische Kon-

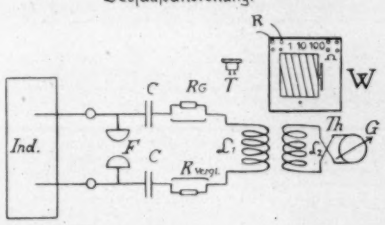


Fig. 1.

densatorentladung geht durch den zu untersuchenden elektrolytischen Widerstand und erwärmt ihn gleichzeitig. Der Widerstand[1]) wird mittels des Stromeffektes gemessen und mit einem andern Widerstand verglichen, bei dem die Erwärmung nicht merklich ist. Durch Erhöhung der Entladungsspannung wurde die Stromwärme gesteigert. Aus der Widerstandsmessung bei mehreren, in der Regel 4—5, verschiedenen Funkenlängen konnte so der TK. festgestellt werden.

Der Anfangs-TK. ergab sich bei $NaCl$ und ähnlichen Salzen zu etwa 2,2 Proz. also ebenso groß wie bei gewöhnlicher Bestimmung des TK. durch dauernde Erwärmung. Anders bei Säuren und der Mannit-Borsäurelösung; hier ergab sich der Anfangs-TK. genau so groß, wie bei normalen Salzlösungen, also zu 2,2 Proz., an Stelle der viel kleineren Werte bei dauernder Erwärmung. Für Kochsalz in Rohrzuckerlösung, bei der der Dauer-TK. etwa 3,6 Proz. beträgt, ergab sich der Anfangs-TK. auch zu 2,2 Proz., hier also niedriger als der Dauer-TK.

1) Max Wien, Ann. d. Phys. (IX) 73, 161, 1924.

1) An Stelle der durchbohrten Platten aus Hartgummi oder Cellon, wie sie in der früheren Untersuchung benutzt worden sind, wurden mit bestem Erfolg Glasfilter verwendet, die uns in liebenswürdiger Weise von der Firma Schott u. Gen. zur Verfügung gestellt wurden.

Tabelle I.

Elektrolyt	T.-K α für $\tau = 2{,}10^{-7}$ sec	α $\tau = 5{,}10^{-7}$ sec	α $\tau = 2{,}10^{-6}$ sec	α $\tau = 2{,}10^{-5}$ sec	α $\tau = 4{,}10^{-5}$ sec	α $\tau = \infty$
Kochsalz	2,2 Proz.	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3
Kaliumbisulfat	2,2 „	2,2	2,1	1,6	1,4	1,4
Schwefelsäure	2,2 „	2,2	2,1	1,6	1,3	1,4
Mannit-Borsäure	2,2 „	2,2	2,2	1,5	1,2	0,1
Kochsalz in Rohrzuckerlösung	2,2 „	2,2	3,7	3,6	—	3,6

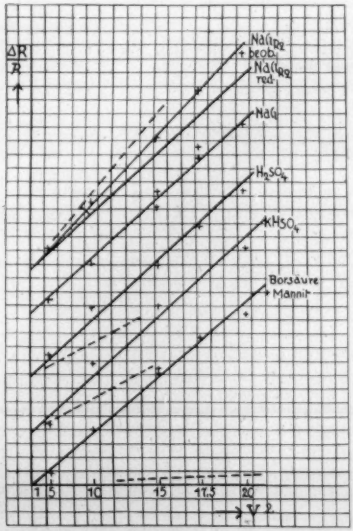


Fig. 2.

In Fig. 2 sind die Versuchsergebnisse für die einzelnen Lösungen übereinander wiedergegeben. Die Widerstandsänderungen $\frac{\Delta R}{R}$ als Ordinaten, die Quadrate der Spannungen, denen die Temperaturänderungen proportional sind, als Abszissen. Die ausgezogenen Linien stellen den Anfangs-TK. dar, die punktierten Linien entsprechen den Dauer-TK. Wie man sieht, laufen die ausgezogenen Linien einander parallel, d. h. der Anfangs-TK. ist für alle Ionen gleich, nur abhängig von dem Lösungsmittel.

II. Systematische Untersuchung des Anfangs-Temperaturkoeffizienten.

Um diese Fragen systematisch zu untersuchen, mußte zunächst einmal die Dauer des Stromstoßes variiert werden. Das geschieht einfach durch Veränderung der Kapazität und Selbstinduktion des Schwingungskreises. Bei unseren Versuchen haben wir so die Zeit des Stoßes von $2 \cdot 10^{-7}$ bis $4 \cdot 10^{-5}$ also auf das zweihundertfache variiert. Ferner mußte die Untersuchung auf möglichst charakteristische Elektrolyte mit abnormen Dauer-TK. ausgedehnt werden. Schließlich wurde die Konzentration geändert.

In Tabelle I sind die Versuchsergebnisse für verschiedene wäßrige Lösungen bei Variationen der Dauer des Stromstoßes τ dargestellt. Wir sehen, daß überall für die Stoßdauer von $2 \cdot 10^{-7}$ sec und $5 \cdot 10^{-7}$ sec der Anfangs-TK. den gleichen Wert von 2,2 Proz. beibehält. Bei längerer Stromdauer zeigt sich dann der allmähliche Übergang zum Dauer-TK., der für $\tau = 4 \cdot 10^{-5}$ sec bei $NaCl$ in Rohrzuckerlösung, bei $KHSO_4$ und H_2SO_4 bereits erreicht ist, während bei der Mannit-Borsäurelösung für $\tau = 10^{-5}$ sec der gemessene TK. zwar kleiner ist als der Anfangs-TK., aber noch wesentlich höher liegt als der Dauer-TK.

In Fig. 3 sind die Ergebnisse graphisch dargestellt, als Ordinate der TK., als Abszisse die Zeit. Wir sehen, wie der Übergang vom Anfangs- zum Dauer-TK. bei den verschiedenen Lösungen das eine Mal früher, das andre Mal später erfolgt.

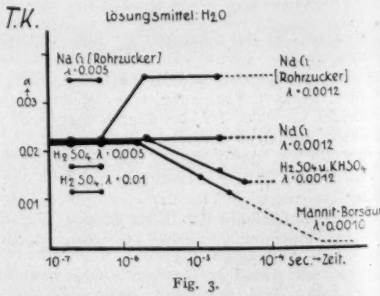


Fig. 3.

Die Ergebnisse für $H\,SO_4$ und $KHSO_4$ zeigen genau den gleichen Gang und die glei-

chen Zahlenwerte. Offenbar hängt das mit dem H-Ion zusammen, jedoch ist der niedrigere TK. nicht etwa eine besondere Eigentümlichkeit des H-Ions an sich, sondern zunächst bei sehr kurzer Stoßdauer verhält es sich wie jedes andere Ion (TK. $\alpha = 2{,}2$ Proz.), und erst nach längerer Zeit der Erwärmung tritt die Verkleinerung des TK. ein.

Vermehrt man die Konzentration, so erfolgt der Übergang des Anfangs-TK. in den Dauer-TK. bei kürzeren Zeiten.

Wegen der beschränkten Zeit kann nicht mehr auf Einzelheiten eingegangen werden, es sei hier nur mit aller Reserve unsere Auffassung über die Natur der Erscheinung gebracht:

a) Bei plötzlicher Erwärmung eines elektrolytischen Widerstandes ist der TK. zunächst im wesentlichen durch die Änderung der Zähigkeit mit der Temperatur bedingt. Er ist für alle Ionen in wäßriger Lösung gleich, und zwar $= 2{,}2$ Proz. Die Ionen sind noch unverändert und ihre Bewegung erfolgt ungestört nach den Reibungsgesetzen.

b) Wenn die Erwärmung etwas längere Zeit, etwa 10^{-6} oder 10^{-5} sec angedauert hat, treten Änderungen des TK. ein, die nach der Annahme (2) von Kohlrausch auf Konstitutionsänderungen des Elektrolyten zurückzuführen sind.

c) Diese Reaktionszeiten sind stark von der Konzentration abhängig, und zwar erfolgen die Reaktionen um so schneller, je größer die Konzentration ist. Das kann wohl nicht anders gedeutet werden, als daß die Reaktion auf gegenseitiger Einwirkung der Ionen beruht, die umso schneller erfolgt, je kleiner ihr Abstand und je wahrscheinlicher ihr Zusammentreffen ist.

III. Azeton als Lösungsmittel.

Manche Lösungen in Azeton besitzen einen negativen TK., während der TK. der Zähigkeit bei Azeton etwa $+1$ Proz. ist. Infolgedessen müssen derartige Lösungen besonders gute Versuchsobjekte für die oben aufgestellten Sätze sein. Die Ergebnisse unserer Versuche bei CdJ_2 sind in den Fig. 4 und 5 zusammengestellt. In der Fig. 4 sind wieder als Ordinaten die Widerstandsänderungen, als Abszissen die Quadrate der Spannung (proportional den Temperaturänderungen), aufgetragen. Jede der Geraden entspricht einer Stoßdauer τ. Die Steilheit der Geraden gibt den TK. Sie ist bei sehr kurzen Stromstößen, die durch die oberen Geraden dargestellt sind, am größten und der daraus berechnete TK. entspricht etwa dem TK. der Zähigkeit des Azetons (± 1 Proz.). Darauf tritt mit länger dauernden Stromstößen ein

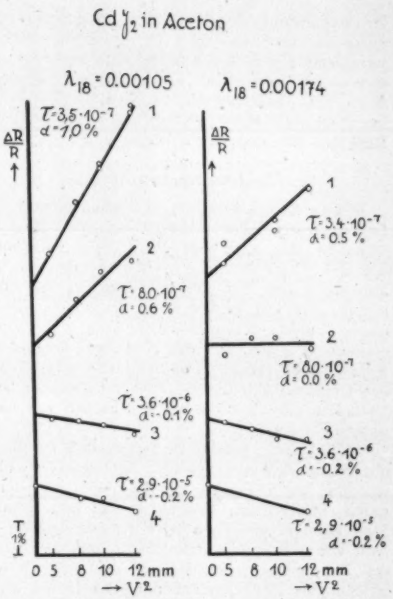


Fig. 4.

immer weniger steiler Anstieg der Kurven ein. Endlich bei Stromstößen von $3{,}6 \cdot 10^{-6}$ und $3 \cdot 10^{-5}$ sec sind die Geraden abwärts gerichtet und zeigen einen negativen TK. an, entsprechend dem negativen Dauer-TK. Die rechte Seite der Fig. 4 gilt für eine größere Konzentration. Der Vergleich mit der linken Seite zeigt, daß auch hier der Übergang zum Dauer-TK. bei größerer Konzentration schneller erfolgt. Fig. 5 stellt wieder den Verlauf von α mit der

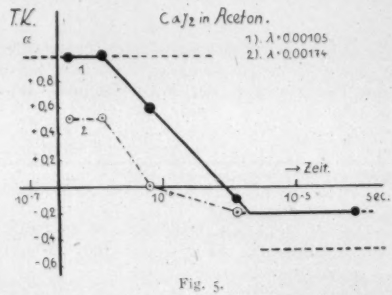


Fig. 5.

Zeit des Stromstoßes dar, die ausgezogene Kurve entspricht der linken Seite der Fig. 4, die strichpunktierte Kurve der rechten Seite der Fig. 4, die untere gestrichelte Gerade dem Dauer-K. Man sieht, daß bei den längsten Stromstößen der Dauerwert noch nicht ganz erreicht ist, die Reaktion also noch nicht beendigt ist.

IV. *NaCl* in Zuckerlösung.

Unter Berücksichtigung der kleineren spezifischen Wärme der Zuckerlösung ergaben die Versuche, daß auch hier der Anfangs-TK. dem TK. der Zähigkeit des reinen Wassers entspricht, also nicht dem TK. der Zähigkeit der Zuckerlösung, der viel größer (ca. 4 Proz.) ist. Bei diesen kurzen Stromstößen müssen sich also den Ionen gegenüber die Zuckermoleküle wie Fremdkörper verhalten, so als ob sie einen Teil der Gefäßwand bildeten. Dieses eigentümliche Verhalten der Zuckerlösung soll noch besonders untersucht werden.

Wir hoffen, gezeigt zu haben, daß die Beobachtung des Anfangs-TK. ein neues Mittel ist, um das Verhalten der Lösungen und der darin erfolgenden Reaktionen zu studieren. Man kann in vielen Fällen nicht nur den Eintritt von Reaktionen feststellen, sondern auch die Zeit messen, in der sie erfolgen. Abweichungen vom Ohmschen Gesetz haben wir auch hier nicht feststellen können.

A. Goetz (Göttingen), Das thermoelektrische Verhalten des reinen Eisens an seinen Umwandlungspunkten.

Einleitung.

In einer früheren Untersuchung glaubte der Verfasser[1]) eine Parallelität zwischen einer Reihe von Erscheinungen der Metallelektronik festgestellt zu haben. Und zwar sollte sich bei einer Modifikationsänderung (sobald diese mit einer Änderung der Anordnung im Raumgitter verbunden ist) stark ändern:

a) die Thermokraft bzw. deren Anstieg mit der Temperatur,
b) der Proportionalitätsfaktor N der glühelektrischen Elektronenemission in der Richardsonschen Formel.

Gering ändern:
die Leitfähigkeit.

Im Schmelzpunkt dagegen ist die Änderung stark bei:

a) der Leitfähigkeit,
b) der Exponentialkonstanten γ des Richardsonschen Gesetzes, welche die Austrittsarbeit bedeutet.

Nur gering bei:

a) der Thermokraft (wahrscheinlich nur proportional der Volumenänderung),
b) dem Photoeffekt (was allerdings wegen des einzigen vorliegenden Versuches von Dember[1]) nicht genügend bewiesen ist).

Gasbeladung bewirkt ähnliche Änderungen wie die Modifikationsänderung, denn sie beeinflußt stark:

a) die Thermokraft (bei Palladium erst nachgewiesen),
b) die Größe N[2]),
c) den Photoeffekt.

Die Richardsonsche Formel der glühelektrischen Elektronenemission ermöglicht durch die Stellung der Konstanten N und γ (N in der Basis, γ im Exponenten) bei der Verwendung des logarithmischen Koordinatensystems es leicht, eine Änderung der Glühemission auf die Änderung einer der beiden Konstanten zurückzuführen, denen zweifellos in der Metallelektronik eine allgemeinere Bedeutung zukommt. Es scheint daher das Zusammengehen von Änderungen von γ mit der Leitfähigkeit und von N mit der Thermokraft und vielleicht auch dem Photoeffekt, schließlich die Beeinflussung durch Gasbeladung aller der „N-Effekte" auf einen tieferen Zusammenhang hinzudeuten, der im Mechanismus der Elektrizitätsleitung begründet liegt. Die erste Gruppe der Erscheinungen scheint darauf hinzuweisen, daß die Größe N stark abhängig ist von der Struktur des Raumgitters, wie es der Anschauung von Borelius[3]) und Haber[4]) entspricht, die dritte Gruppe läßt außerdem noch auf eine Zuordnung irgendwelcher Art der absorbierten Moleküle zum Gitter schließen, wozu noch zu bemerken ist, daß eine Erhöhung des Gasgehaltes nach Suhrmann wie eine Steigerung von N wirkt.

Ob nun wirklich und in welchem Sinne die Änderung der Thermokraft mit einer Modifikationsänderung verknüpft ist, konnte in der zitierten Untersuchung des Verfassers deshalb nicht einwandfrei behauptet werden, weil eine thermoelektrische Untersuchung des einzigen bis jetzt bekannten Umwandlungspunktes in einem Temperaturbereich, welcher der glühelektrischen Untersuchung zugänglich ist — des γ/δ-Punktes von reinem Eisen — noch nicht vorgenommen worden war. Es lag an einwandfreien Messungen

1) Goetz, Phys. Zeitschr. **24**, 777, 1923.

1) Dember, Ann. d. Phys. **23**, 957, 1907.
2) Suhrmann, Zeitschr. f. Phys. **13**, 17, 1923.
3) Borelius, Ann. d. Phys. **57**, 231, 278, 1918 u. **58**, 489, 1919.
4) Haber, Berl. Akadem. Ber. 1919, S. 506.

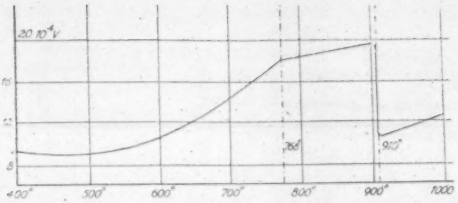


Fig. 1.

der Thermokräfte nur die noch näher zu erörternde Arbeit von Burgess[1]) vor, welche nur das Intervall 0° bis 1000° C umfaßt, also nur die Umwandlung β/γ gerade noch einbegreift. Außerdem war damals dem Verfasser die Modifikationsform des δ-Eisens noch nicht bekannt, es wurde nur auf eine Änderung der Gitterstruktur (im Gegensatz zu α/β) aus dem glühelektrischen Verhalten von γ/δ geschlossen. Durch die Aufnahme der Debye-Scherrer-Diagramme von N. Westgren und G. Phragmén[2]) ergeben die Modifikationsstufen des reinen Eisens folgendes Bild:

α-Eisen existiert bis 765/774° C raumzentriert-kubisch,
β-Eisen existiert bis 910° C raumzentriert-kubisch,
γ-Eisen existiert bis etwa 1401° flächenzentriert-kubisch,
δ-Eisen existiert bis 1529° raumzentriert-kubisch,

Es besitzen also α-, β- und δ-Eisen dieselbe Gitterstruktur, der einzige Unterschied besteht in einer steigenden Vergrößerung der Kantenlänge der Elementarkuben. In der zitierten Arbeit werden diese berechnet zu 2,87 Å bei Zimmertemperatur, 2,90 Å bei 800° und 2,93 Å bei 1425°. Im flächenzentrierten Bereich ist die Kantenlänge bei 1100° 3,63 Å und steigt bei 1400° auf 3,69 Å. Berechnet man aus den Mittelwerten dieser Angaben das Verhältnis des Rauminhaltes des raumzentrierten zum flächenzentrierten Elementarwürfel, so ergibt sich der Wert 1,95; das Verhältnis der Zahl der im Kubus angeordneten Eisenatome ist 14 : 9 = 1,55. Die Dichte ist also in der flächenzentrierten Modifikation bedeutend kleiner.

Die Burgessschen Messungen der Thermospannung des Eisens ergeben die in Fig. 1 dargestellte Kurve. Die Messungen erfolgten über einem dünnen Eisendraht, dessen Enden an die Lötstelle je eines Platin — Platinrhodium-elementes gelötet waren. Die Erwärmung erfolgte durch Strahlung im Hochvakuum. Die Temperaturdifferenz der beiden Lötstellen wurde durch die geeichten Thermoelemente gemessen und wurde auf je 2° reduziert. Es entstand somit eine Differentialkurve, welche im α/β-Punkt eine Richtungsänderung, im β/γ-Punkt einen sehr deutlichen Sprung im Sinne einer Verringerung des Anstieges aufweist. Eine (der Deutlichkeit halber nicht gezeichnete) Schleife ergibt die Hysterese der β/γ-Umwandlung bei Hin- und Rückgang der Messung. Außerdem wurde aus dieser dE/dT-Kurve der Peltier-Effekt durch die Beziehung TdE/dT und der Thomson-Effekt durch die Beziehung d^2E/dT^2 konstruiert.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit lag nun darin, einerseits den Verlauf der Thermokraft bei der rückläufigen Umwandlung (γ/δ) vom flächenzentrierten in das raumzentrierte Gitter zu bestimmen, andererseits festzustellen, welche Thermokräfte zwischen den Modifikationsstufen des Eisens selber auftreten, welche Richtung sie haben und wie groß sie im Verhältnis zu den sonstigen Änderungen sind.

Die Meßanordnung.

In der zu dieser Messung erforderlichen Anordnung mußten zwei Bedingungen erfüllt werden. Einmal durfte die „kalte" Lötstelle des Eisens keine andere Modifikationsstufe haben als die „heiße", andererseits mußte die Apparatur es gestatten, im Hochvakuum beliebige Temperaturen zu erzeugen. Die erste Bedingung erfüllte die erwähnte Burgesssche Methode, doch ist es mit dieser nicht möglich, Temperaturen oberhalb von 1000° im Hochvakuum zu erzielen. — Der zu untersuchende Eisendraht wurde in ein Gefäß von der in Fig. 2 skizzierten Form untergebracht. Der Rezipient besteht in der Hauptsache aus einem ovalen Glasgefäß mit kreisförmigem Querschnitt, das am einen Ende einen geschliffenen Hohlkonus, am anderen Ende die Leitung zur Pumpe trägt. Außerdem ist in der Mitte ein Tubus nach

1) Burgess, Bull. Bur. of Stand. 14, 15, 1918.
2) Westgren u. Phragmén, Zeitschr. f. phys. Chem. 102, 1, 1922.

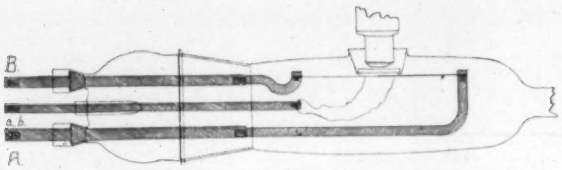


Fig. 2.

innen eingeschmolzen, auf dessen nach innen eingedrückten unteren Rand eine planparallele Scheibe eingekittet war. Der in den Hohlkonus passende Vollkonus trägt an seinem unteren Ende zwei kleine Hohlschliffe, die zur Aufnahme der Eisenelektroden dienten, außerdem sind — um 90° hiergegen versetzt — noch zwei Glasrohransätze angeschmolzen (die sich in der Zeichnung decken); sie dienten zur Aufnahme der Hilfselektroden.

Die Eisenelektroden *A* und *B* trugen massive Vollkonusse und am inneren Ende ein Mutterngewinde. Außen war eine Klemmvorrichtung angebracht. In diese Gewinde ließen sich die aus dem gleichen Material angefertigten eigentlichen Elektrodenträger einschrauben, welche an ihren freien Enden ebenfalls je eine Festklemmvorrichtung trugen. Hierzwischen wurde der zu untersuchende Draht ausgespannt, welcher aus vakuumgeschmolzenem Elektrolyteisen von Heraeus bestand, also einen garantierten 99,98 proz. Eisengehalt besaß. Dieser Draht war über die Hälfte seiner Länge auf einen kleineren Querschnitt ausgezogen, wobei für einen besonders steilen Übergang Sorge getragen worden war. Die Übergangsstelle war nun so angeordnet, daß man sie mit dem Mikroskop durch die Planscheibe leicht beobachten konnte. Im gleichen Abstande von dieser Übergangsstelle war nun je ein 0,02 mm starker Draht aus reinstem Platin (Heraeus) festgeschweißt, der zu den Hilfselektroden *a* und *b* führte. Diese bestanden aus 4 mm starken Kupferstäben, welche vakuumdicht durch die Glasrohransätze hindurchgeführt waren. Es war dafür Sorge getragen, daß der Abstand des Drahtes von der Planplatte so klein war (ca. 1 mm), daß noch mit einem kurzbrennweitigen Objektiv beobachtet werden konnte, ebenso lagen auch die Platinschweißstellen noch im Gesichtsfeld des Mikroskopes. —

Die Temperaturbeobachtung erfolgte mit einem Mikropyrometer, das an Stelle des normalen Okulars auf das Mikroskop gesetzt wurde, und dessen Konstruktion an anderem Ort beschrieben werden soll. Es ist also somit die Möglichkeit gegeben, den Draht bis dicht an den Schmelzpunkt des dünnen Endes mit Joulescher Wärme zu heizen und den Temperaturgradient an der Einschnürung wie auch die Temperatur der beiden Lötstellen oberhalb von ca. 850° C genau zu messen. —

Um eine unzulässige Erwärmung der Planplatte durch die Strahlung des Drahtes zu vermeiden, wurde während der Messung ständig von einem Kompressor ein kräftiger Luftstrom in den Tubus geblasen.

Die Evakuierungseinrichtung bestand wie bei den früheren Arbeiten aus einer Ölpumpe, einer Volmerschen Vorpumpe und einer Gaedeschen Diffusionspumpe. Von letzterer an war jeder Schliff vermieden. Die Druckmessung erfolgte durch ein McLeodsches Manometer zwischen den beiden Quecksilberdampfstrahlpumpen. Wegen des bekannten Übersetzungsverhältnisses der Diffusionspumpe ließ sich der Druck auf der Hochvakuumseite errechnen.

Auf die Evakuierung selbst wurde große Sorgfalt verwendet. Da ja bekanntlich Gasreste die thermoelektrischen Effekte sehr stark beeinflussen können, so mußte nach dem Einsetzen eines neuen Drahtes dieser von den adsorbierten Gasresten vollkommen befreit werden. Geschah das nicht, so ergab die Messung nicht reproduzierbare Werte. Vor dem Einsetzen mußte ebenso die Drahtoberfläche gereinigt werden, was durch rasches Eintauchen in reine Salpetersäure, Auswaschen mit destilliertem Wasser und Trocknen mit Alkohol geschah. Nach dem sogleich nach der Reinigung erfolgten Einsetzen des Drahtes in den Rezipienten wurde evakuiert und der Draht auf etwa 100° erhitzt, um die Alkoholschicht an der Drahtoberfläche zum Verdampfen zu bringen. Zum Ausspülen wurde hierauf in die Apparatur wieder sorgfältig getrocknete Luft hineingelassen und nun endgültig evakuiert. Es wurde auf diese Weise vermieden, daß Kohlenwasserstoffdämpfe sich noch im Rezipienten befanden, während der Eisendraht geglüht wurde, was zur Folge hat, daß der freiwerdende Kohlenstoff selbst in kleineren Beimengungen den γ/δ-Punkt zum Ver-

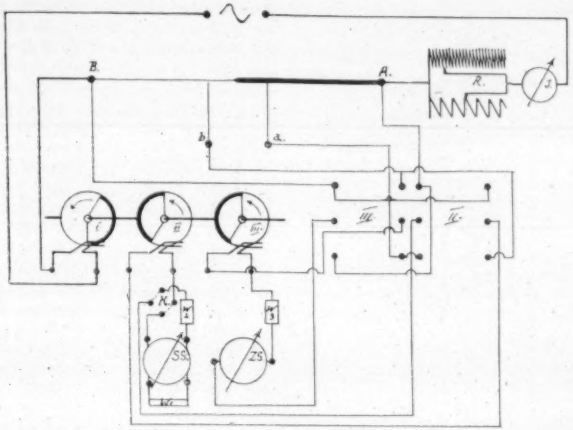


Fig. 3.

schwinden bringt und den Schmelzpunkt beträchtlich herabsetzt. Aus demselben Grunde wurden die aus der Vorpumpe stammenden Öldämpfe peinlichst abgesperrt. —

Die Meßschaltung ist in Fig. 3 angegeben. *A* und *B* sind die Enden des Eisens, *a* und *b* die Enden der Platindrähte. Die Heizung des Eisendrahtes erfolgte zur Vermeidung des Thomson-Effektes mit 500-periodischem Wechselstrom. *J* ist ein Präzisionshitzdrahtamperemeter, *R* sind zwei parallelgeschaltete Regulierwiderstände. Da selbstverständlich die Messung der zwischen *a* und *b* auftretenden Thermokräfte nur beim Aussetzen des Heizstromes möglich war, so wurde intermittierend geheizt, und zwar so, daß drei voneinander isolierte Unterbrechervorrichtungen starr auf der Achse eines Motors angebracht waren, dessen Tourenzahl 1300 p. Min. betrug. Diese mit I, II und III bezeichneten Unterbrecher bestanden aus Kupferblechsektoren, welche einen Winkel von ca. 160° einschlossen. Auf ihnen schleiften Kupferbürsten, deren peinliche Reinhaltung ein Gegenstand besonderer Aufmerksamkeit war. Die Sektoren vermittelten also den Kontakt zwischen den Bürstenpaaren. Wie aus Fig. 3 ersichtlich, waren diese Sektoren so gegeneinander verschoben, daß II und III gleichzeitig, aber nur dann den Stromkreis schlossen, wenn I keinen Kontakt machte. I lag in dem (in Fig. 3 stärker ausgezogenen) Heizstromkreis. II schloß die Strombahn zu einem *SG* bezeichneten Spiegelgalvanometer. Dieses hatte 3,8 Ohm Widerstand, besaß also eine große Spannungsempfindlichkeit. Mit einer zweiten Drehspulwicklung konnte durch W_1 auf Aperiodizität eingestellt werden und durch den Vorschaltwiderstand mehrere Empfindlichkeiten benutzt werden. Außerdem gestattete der Kommutator *K* die Messung der Ausschläge beiderseits des Nullpunktes. *SG* stand in Verbindung mit der sechspoligen Wippe II. Hierdurch wurde ermöglicht, einmal *a* und *b* oder *A* und *B* an *SG* zu legen. — Der Unterbrecher III führte zu dem mit *ZG* bezeichneten Zeigergalvanometer mit einem inneren Widerstand von 78 Ohm. Hier diente W_3 zur Variierung der Meßbereiche. Die Wippe III gestattete, *ZG* entweder an *A*—*a* oder an *B*—*b* zu legen. Auf die Freiheit von Thermokräften an den zahlreichen Kontaktstellen wurde großer Wert gelegt, an den Stellen, wo sie nicht völlig zu erreichen war, nämlich an den Bürsten der rotierenden Unterbrecher, wurden die Spannungen gemessen und entweder kompensiert oder später subtrahiert. Zu ihrer Bestimmung wurde jeweils der Eintritt des thermischen Gleichgewichtszustandes abgewartet, d. h. der Unterbrecher mußte vor Beginn der Messung erst etwa eine halbe Stunde laufen. Von da ab blieb die Temperatur der Bürsten durch Stunden hindurch dieselbe. Allerdings war dann ein Nachspannen der Bürsten nicht mehr möglich. Ebenso mußte auf gleichen Bürstendruck geachtet werden, weil die durch ungleichen Druck verursachte Temperaturdifferenz der Bürsten untereinander Thermokräfte zwischen ihnen zur Folge hatte. — —

Die Messungen.

Mit dieser Anordnung ist es also möglich, die bei bestimmten Temperaturen des Eisendrahtes und bestimmten (durch das Querschnittsverhältnis der Drahthälften festgelegten) Temperaturdifferenzen gegenüber Platin auftretenden Thermospannungen zu messen. Und zwar mißt man offenbar zwischen A und a und B und b die Thermokräfte zwischen der betreffenden Heiztemperatur und der Zimmertemperatur. (Da die Wärmeableitung an den außerhalb des Rezipienten gekühlten Elektrodenhaltern groß ist, gegenüber dem geheizten Draht selber, so ist die Annahme der Zimmertemperatur gestattet.) Allerdings besteht deshalb an A und B stets α-Eisen, unabhängig von der Modifikation der Lötstelle.

Zwischen a und b mißt man die Differenz der Thermospannungen Pt/Fe (heiß) und Pt/Fe (kühl), stellt die Anordnung doch zwei gegeneinander geschaltete Thermoelemente dar. Hierbei ist also vermieden, daß an der einen Lötstelle eine andere Modifikation existiert als an der anderen.

Da die Platindrähte, welche die andere Hälfte der Thermoelemente bildeten, einen Querschnitt besaßen, welcher $^1/_2$ Proz. des Eisenquerschnittes ausmachte, so war die Wärmeableitung an den Lötstellen zu vernachlässigen. Da diese weit von den Klemmstellen an den Elektrodenhaltern entfernt waren, so kam ein Temperaturabfall längs des Eisendrahtes, der durch die Wärmeableitung an seinen Enden hervorgerufen wurde, für das untersuchte Stück von Einschnürung bis zur Platinlötstelle nicht in Frage.

Andererseits gestattete diese Anordnung aber, an der Einschnürung jede beliebige Modifikationsform einer anderen gegenüberzustellen, sobald man in die zwischen beiden Hälften beim Stromdurchgang auftretende Temperaturdifferenz einen oder mehrere Umwandlungspunkte einbegriff. Da die Größe der Temperaturdifferenz annähernd dem Querschnittsverhältnis proportional ist, so konnte man durch dessen Wahl die gleichzeitige Lage der Umwandlungspunkte beliebig variieren.

Zwischen den Punkten A—a und B—b mißt man also die Integralkurve zu der Burgessschen Kurve. Jene konnte aber nur zur Kontrolle benutzt werden, da sie keinen deutlichen Einblick in die thermoelektrischen Vorgänge bei den Umwandlungen selbst gestattet. Der qualitative Vergleich dieser beiden Kurven — gleichzeitig aufgenommen — ermöglicht nur die Verschiebung der Umwandlungen in beiden Thermoelementen zu überprüfen. Die Messungen zwischen A und B schließlich sind proportional den längs des Drahtes, d. h. zwischen den Lötstellen auftretenden Spannungsdifferenzen. Bei allen Messungen traten kleine Spannungen zwischen diesen Punkten auf, die höchstens 3 Proz. derjenigen zwischen a und b betrugen und wahrscheinlich durch kleine Unsymmetrien in der Anlage und unsymetrische Rekristallisationsvorgänge verursacht waren. Da die gesamte Meßgenauigkeit aber doch nicht größer als auf 6 Proz. Gesamtfehler eingeschätzt werden darf, so wurde dieser Ungleichmäßigkeit nicht weiter nachgeforscht. In dem Falle, wo sich eine Umwandlung längs des Drahtes vollzog, wuchsen die Spannungen zwischen A und B in die Größenordnung derjenigen zwischen a und b, um nach vollzogener Umwandlung wieder auf die früheren Werte zu sinken. Die Aufnahme dieser Vorgänge soll gegebenenfalls der Gegenstand einer gesonderten Untersuchung werden.

Beschreibung der Meßergebnisse.

Die in Fig. 4 dargestellten Kurven ergeben die charakteristischen Meßresultate. Sie wurden aus der großen Zahl der gemessenen Kurven ausgewählt, weil die anderen in geringeren Abstufungen der Querschnittsverhältnisse aufgenommenen Kurven nichts Neues zeigen.

Es ist die Abhängigkeit des zwischen den Punkten a und b mit Sg gemessenen Thermopotentials von der Temperatur der Lötstelle B/b gezeichnet. Die drei Kurven entsprechen drei verschiedenen Querschnittsverhältnissen, und zwar: I = 1 : 1,51; II = 1 : 1,96; III = 1 : 2,17. Für I sind in Fig. 4 die Ordinatenwerte verdoppelt, für III halbiert.

Das Verhältnis I ist gewählt, um einen Umwandlungspunkt kurz hinter dem β/γ-Punkt zu erhalten, II derart, daß über einen größeren Bereich α und β der γ-Form gegenübersteht, III schließlich, damit während der ganzen Existenz von γ bis in den δ-Bereich hinein auf der kühleren Seite das raumzentrierte Gitter erhalten bleibt.

Die mittlere Stärke des Eisendrahtes betrug 0,3 mm.

Durch das Querschnittsverhältnis ist die Temperaturdifferenz in jedem Punkte bestimmt, sobald die Messung über eine Zeitdauer erstreckt wird, welche genügt, den Gleichgewichtszustand herbeizuführen. Dieser Bedingung wurde in allen Punkten Rechnung getragen, weshalb die Messung einer solchen Kurve mehrere Stunden in Anspruch nahm.

Die zu der Abszissentemperatur gehörigen Temperaturwerte der kühleren Lötstelle A/a sind den zugehörigen Punkten der einzelnen

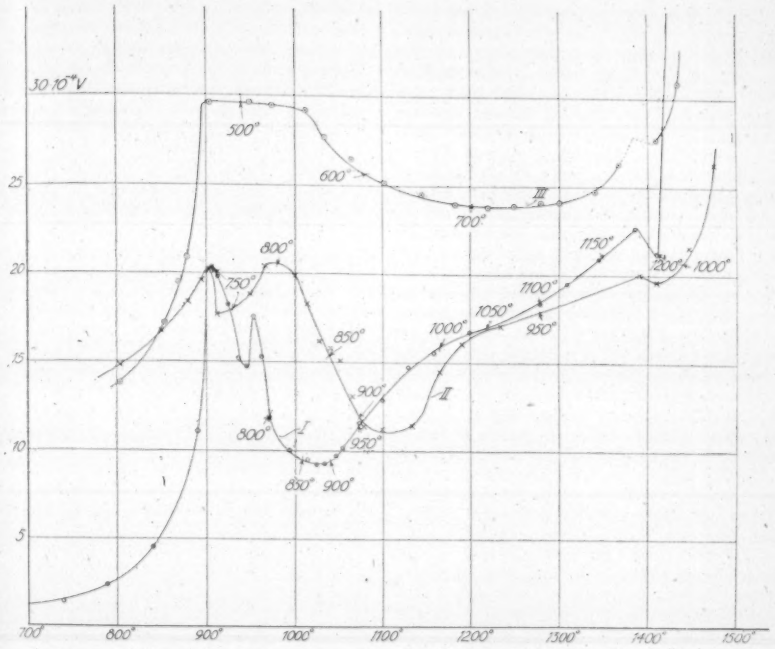


Fig. 4.

Kurven beigeschrieben. — Weil in der Form der Darstellung die Abszissen die Temperaturen der heißen Lötstelle angeben, senkrecht untereinander also bei allen Querschnittsverhältnissen die gleichen Temperaturen der dünnen Hälfte liegen, so sind alle Kurvenänderungen, welche dieselben Abszissenwerte haben, als Umwandlungen der dünnen Drahthälfte gekennzeichnet, Kurvenänderungen durch Umwandlungen auf der anderen Seite müssen daher bei steigendem Querschnittsverhältnis immer weiter nach rechts rücken.

Bei 900° bis 910° erfolgt bei allen Kurven die Umwandlung bei der Lötstelle B/b von β nach γ durch einen deutlichen Knick. Das entspricht qualitativ dem Befund von Burgess. Etwas oberhalb von 1400° bei der Umwandlung von γ in δ zeigt sich ein rapider Anstieg. Außerdem ergeben sich Richtungsänderungen in den Punkten, in welchen die kühlere Lötstelle A/a umgewandelt wird. In allen diesen Fällen erfolgt die Umwandlung von α nach β erst, wenn die Umwandlung von B/b von β nach γ schon vollzogen ist. Bei der Umwandlung von B/b bei β/γ steht also zunächst immer die α-Modifikation der γ-Form gegenüber. Der Abfall bei den Kurven I und II zwischen 900° und 940° ist also auf die Differenz der Thermospannungen α/γ zurückzuführen. Sehr bald erfolgt in diesen beiden Fällen eine zweite Richtungsänderung. Die Messung ergibt, daß in dem nun folgenden aufsteigenden Teil der Kurve die Umwandlung α/β bei A/a erfolgt. Dieser Anstieg ist aber nur vorübergehend und es ist fraglich, ob er sich nicht nur über den Temperaturbereich erstreckt, der erforderlich ist, um eine vollkommene Umwandlung von α in β über den ganzen Bereich zwischen Einschnürung und Lötstelle zu erzielen. Je nach der Stärke des Temperaturanstieges von A/a in diesem Bereich fällt dieses Stück der Kurve mehr oder weniger steil aus. (Bei I ist der Anstieg am größten, der Kurventeil zwischen 945° und 953° am steilsten. Dagegen ist in III der Anstieg der Temperatur in A/a so gering, daß der Umwandlungspunkt α/β erst bei etwa 1320° von B/b erreicht ist, daher ist auch der darauf folgende Anstieg kaum zu erkennen.)

Es folgt nun im weiteren Verlauf der Kurve ein Anstieg, welcher in einem Minimum mündet, hinter welchem die Umwandlung von A/a in die γ-Modifikation erfolgt. Bei den Kurven I und II tritt dieser Punkt noch im γ-Bereich von B/b auf, bei III fällt er in einen nicht mehr im Meßbereich gelegenen Punkt des Stadiums von A/a. Nach vollzogener Umwandlung von A/a zeigt nun die Kurve qualitativ denselben Verlauf wie nach der Umwandlung von α in β. Es kommt nun vor der eigentlichen Umwandlung von γ in δ bei B/b eine Diskontinuität zwischen 1380° und 1390°, welcher metallographisch ohne weiteres keine Deutung beizulegen ist. Jedenfalls bezieht sich dieser Knick auf einen Vorgang bei der heißen Lötstelle, da bei allen Kurven diese Punkte untereinander liegen. Es sei nur jetzt hierzu erwähnt, daß bei Kurve III die Kurve in diesem Punkte ergänzt ist, da eine einwandfreie Messung in diesem Intervall nicht vorlag. Der bei 1368° gemessene Punkt läßt eine solche Änderung mutmaßen. Außerdem fällt im Falle III der α/β-Punkt zufällig in den diesem Punkte benachbarten Bereich, so daß der gezeichnete Verlauf in diesem Gebiet nicht ohne Willkür ist. Jedenfalls liegt aber in dem Verlauf von III kein Grund gegen die Annahme, daß diese Unregelmäßigkeit in diesem Bereich hier fehlen sollte.

Es folgt nun sehr gut mit den gemessenen Temperaturen übereinstimmend bei 1400° bis 1410° der Umwandlungspunkt γ/δ für B/b. Er ist durch einen mehr oder weniger steilen Anstieg ausnahmslos bei allen Kurven gekennzeichnet. Leider war es trotz vieler Versuche nicht möglich, zuverlässige Messungen weit im δ-Bereich zu erhalten. Es standen hier dieselben Schwierigkeiten im Wege, welche Westgren und Phragmén (l. c.) an der Aufnahme ganz reiner δ-Gitter verhinderten. Der Draht wird bei diesen Temperaturen derart weich und verdampft oberhalb ca. 1460° so rapide, daß seine Lebensdauer durch Dehnung infolge seines eigenen Gewichtes und beschleunigte Querschnittsverminderung durch Verdampfen auf wenige Minuten herabgesetzt wird, welche nur zu wenigen Messungen ausreichen.

Um daher die gezeichneten Punkte einwandfrei zu erhalten, mußten Messungen an etwa je 6—8 verschiedenen Exemplaren vorgenommen werden. Auffällig ist, daß bei den Kurven I bis III der Anstieg beim kleinsten Querschnittsverhältnis am steilsten ist. Die Ursache dafür wird darin gefunden, daß je kleiner der Volumensprung an der Einschnürung ist, desto früher eine Homogenität in bezug auf das Raumgitter zwischen Einschnürung und Lötstelle erreicht wird. Wie schwierig diese Homogenität in diesem Bereich zu erhalten ist (d. h. möglichste Freiheit von γ), beweisen die Röntgenogramme der zitierten Arbeit, wo ein reines Diagramm der δ-Modifikation überhaupt nicht erhalten werden konnte. Bei Kurve I ist diese Schwierigkeit am geringsten, daher erfolgte der Anstieg der Spannung so rapide, daß die gemessene EMK. den Meßbereich des Galvanometers weit überschritt. Es ist daher dieselbe Kurve in anderem Maßstabe in Fig. 5

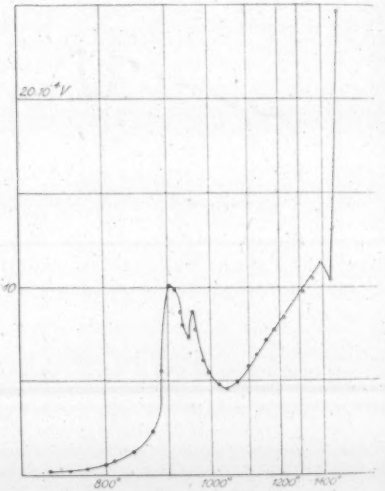


Fig. 5.

wiedergegeben. In den Fällen II und III handelt es sich zweifellos innerhalb der gemessenen Bereiche nur um Gemische von γ und δ.

Gegenstand besonderer Messungen in sehr kleinen Abständen ist der Übergang bei B/b vom raumzentrierten in das flächenzentrierte Gitter gewesen. Dieser Kurventeil ist in Fig. 6 gesondert dargestellt. Dagegen wurde auf eine genauere Verfolgung der Vorgänge beim α/β-Punkt von B/b verzichtet, da diese durch frühere Messungen, besonders von Burgess, mit jeder wünschenswerten Genauigkeit festgelegt worden sind.

Es sei hier noch auf eine bemerkenswerte Beobachtung hingewiesen, welche man bei der Umwandlung β/γ machen kann. Infolge der verhältnismäßig niedrigen Temperatur und der Art der Heizung hat man es in der Hand, die Temperatur um fast beliebig kleine Werte zu

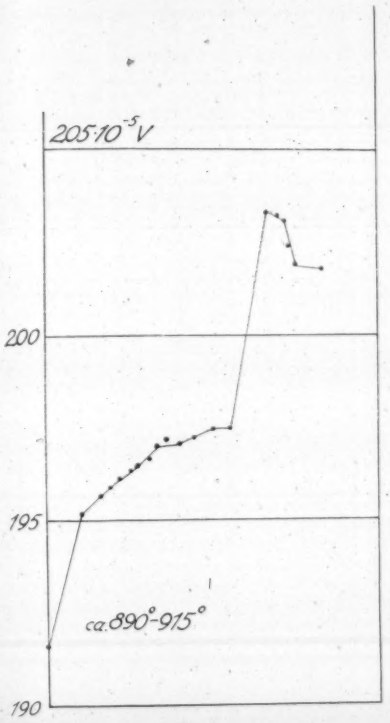


Fig. 6.

verändern. Man kann sich daher der Umwandlung so langsam nähern und vielleicht sogar die Umwandlungstemperatur um Bruchteile von Graden überschreiten, ohne daß die Umwandlung auftritt. In diesem labilen Zustand genügt das Anklopfen an die Wand des Rezipienten, um die Umwandlung einzuleiten, die sich in den geschilderten Vorgängen am Galvanometer zeigt. Ebenso konnte dieser Übergang bei ansteigendem Sinn der Messungen erreicht werden, indem man einen kräftigen Stabmagneten dem Rezipienten näherte. Doch gelang das letztere nicht im Absteigen.

Die Versuche, dasselbe beim γ/δ-Punkt im rückläufigen Sinne festzustellen, gelang nicht, da hier die Änderung der Temperatur in so kleinen Stufen nicht möglich war.

Diskussion der Ergebnisse.

In der thermoelektrischen Spannungsreihe ist Eisen positiv gegenüber Platin, d. h. im Sinne der Theorien der Leitungselektrizität: die Elektronenkonzentration bzw. der Elektronendampfdruck im Eisen ist größer als im Platin, da das Eisen an der heißen Lötstelle Elektronen in das Platin hineindiffundieren läßt. Eine Änderung von dE/dT bedeutet also eine Änderung des Temperaturkoeffizienten der Elektronendiffusionsgeschwindigkeit.

Nach den Burgessschen Messungen erfolgt im Umwandlungspunkt α/β, d. h. bei einer wahrscheinlich sprunghaften Vergrößerung der Kantenlänge des Elementarkubus, eine Verringerung des Anstiegs des Temperaturkoeffizienten der Diffusionsgeschwindigkeit der Elektronen, also von d^2E/dT^2, was gleichbedeutend ist mit einer sprunghaften Verringerung des Thomsoneffektes. Anders liegen aber die Verhältnisse bei der Änderung der Gitterstruktur im β/γ-Punkt. Hier geht das raumzentrierte Gitter in das flächenzentrierte über, wobei der Temperaturkoeffizient sprunghaft sinkt, während die Thermokraft selbst natürlich nicht kleiner wird. Im Sinne der Theorien heißt das, daß bei der flächenzentrierten Modifikation, wo die Dichte geringer ist, der Anstieg der Elektronenkonzentration oder der Diffusionsgeschwindigkeit geringer ist als bei der raumzentrierten. Geht aber wieder das flächenzentrierte Gitter in das raumzentrierte über — beim Übergang von γ nach δ —, so steigt die Dichte und damit sprunghaft der Temperaturkoeffizient der Diffusionsgeschwindigkeit.

Sehr auffällig ist das Zusammengehen dieser Erscheinung mit der Änderung der magnetischen Suszeptibilität, die von Weiss und Foex[1] gefunden wurde. Die dieser Arbeit entnommene Kurve (Suszeptibilität als Funktion der Temperatur bei reinem Eisen) ist in Fig. 7

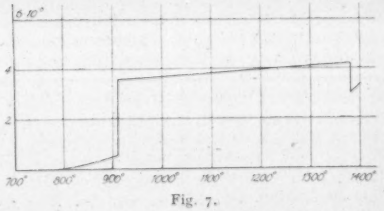


Fig. 7.

wiedergegeben. Im flächenzentrierten Bereich zeigt sie eine sehr erhebliche Unstetigkeit, derart, daß hier die magnetische Durchlaßfähigkeit bedeutend größer wird. Beim Übergang

1) Weiss und Foex, Arch. des Sciences Phys. et Nat. (IV) 31, 92, 1911.

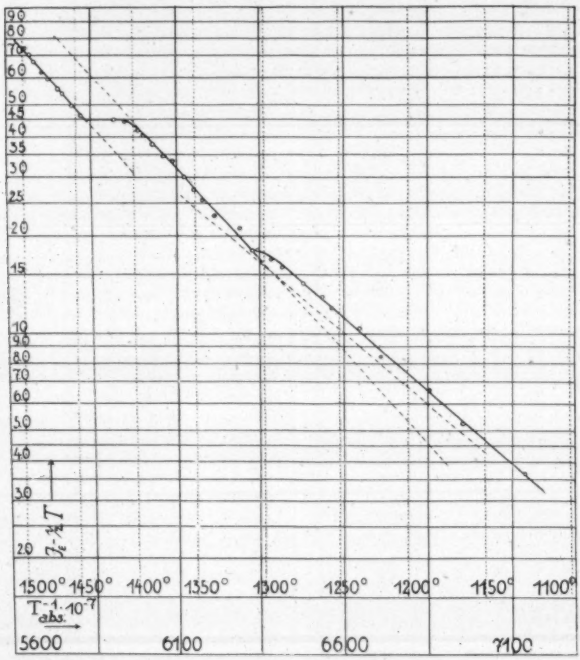


Fig. 8.

in das δ-Gitter sinkt diese, um weiterhin wieder anzusteigen. Wie Westgren und Phragmén schon andeuteten, liegt die Vermutung nahe, den Teil der Kurve im δ-Bereich als Fortsetzung des bei 910° abgebrochenen Teils der Kurve zu betrachten. Die Richtung der Änderung d (Thermokraft)$/dT$ ist gerade entgegengesetzt. Denselben Charakter der Abweichung, d. h. sprungweise Änderung, weist die erwähnte Änderung der Glühemission auf. In diesem Falle zeigen also die thermoelektrischen, magnetischen und glühelektrischen Vorgänge dasselbe Verhalten auf. Die sprungweise Änderung von dE/dT zeigt aber die entgegengesetzte Richtung wie die Emissionsänderung und die magnetische Suszeptibilität.

Es bleibt nun noch die Betrachtung derjenigen Teile der Kurven übrig, bei denen an der Einschnürung sich zwei verschiedene Modifikationen gegenüberstehen. Da sich alle Diskontinuitäten bei den Strukturänderungen auf dE/dT beziehen, so erfährt E selbst im Umwandlungspunkt keine Änderung, d. h. ein Potential zwischen den Modifikationen selbst tritt nicht auf. So läßt sich der Anstieg nach dem Minimum, das stets vor der Umwandlung von A/a in die nächsthöhere Form liegt, leicht dadurch erklären, daß, wie schon Burgess nachwies, dE/dT von α bis γ immer kleiner wird. Daher muß also auch nach einer solchen Verringerung der dE/dT-Werte die Differenz gegenüber dem auf der anderen Seite existierenden γ-Eisen größer werden, die Kurve also ansteigen. Bei der δ-Umwandlung von B/b liegen die Verhältnisse umgekehrt. Während vorher bei sämtlichen Umwandlungen von B/b ein Sinken der Thermokraftdifferenzen erfolgte, tritt hier ein sehr starker Anstieg auf; es müßte also für den (nicht gemessenen) Fall, daß auch A/a in diese Modifikation überginge, ein Sinken der Kurve eintreten, im Gegensatz zu den anderen Umwandlungen; bei denen dieser Vorgang ein Steigen verursachte.

Die Frage nach den elektrischen Spannungsverhältnissen der Modifikationen untereinander

läßt sich demnach dahin beantworten, daß im Falle eines Thermoelementes, bestehend aus zwei Modifikationsstufen des Eisens (was selbstverständlich praktisch nicht durchführbar ist) an der warmen Lötstelle die Elektronen von der raumzentrierten in die flächenzentrierte Modifikation wandern, d. h. von α, β oder δ nach γ. Das flächenzentrierte Gitter ist demnach bei steigender Temperatur aufnahmefähiger für den Elektronenfluß und gleichzeitig für den magnetischen Kraftfluß wie das raumzentrierte, das sich auch durch die größere Dichte auszeichnet.

Möglicherweise liegt hier eine Parallele mit den thermoelektrischen Vorgängen zwischen Eisen gleicher Modifikation verschiedener Dehnung, solange die Dehnung unterhalb der Elektrizitätsgrenze liegt. In einem solchen Thermoelement, dessen Temperaturdifferenz der Lötstellen so klein ist, daß noch keine Modifikationsänderung auftritt, fließt der Elektronenstrom zum gedehnten Material, d. h. auch hier zeigt das Gitter mit geringerer Dichte (wegen seiner durch Dehnung vergrößerten Kantenlänge) eine größere Aufnahmefähigkeit (so z. B. Bachmetjew[1]). Für diesen Fall ergibt sich auch dieselbe Parallelität mit der magnetischen Aufnahmefähigkeit, welche ebenso wie die thermoelektrische bei zunehmender Dehnung unterhalb der Elektrizitätsgrenze wächst. Allerdings bedürfen diese Befunde noch der Nachprüfung mit modernen Methoden. Daß der Vorgang sich bei Verringerung der Kantenlänge des Elementarkubus durch Kompression umkehren läßt, d. h. die Aufnahmefähigkeit an der heißen Lötstelle gegenüber normalem Eisen vermindert werden kann, zeigen die Untersuchungen von Wagner[2]) und Hörig[3]).

Das wider Erwarten entgegengesetzte Vorzeichen der Glühemissionsänderung im γ/δ-Punkt (Richardsonsche Gerade Fig. 8) läßt sich in diesem Zusammenhang folgendermaßen darstellen: Sobald die Aufnahmefähigkeit für Leitungselektronen bei Eisen sinkt, nimmt auch sprunghaft die Zahl der emittierten Glühelektronen im Sinne einer plötzlichen Änderung der Konstanten N des Richardsonschen Gesetzes ab. Dieser Befund widerspricht den bestehenden Anschauungen, da die Glühemission ebenso wie die Thermokraft direkt proportional der Elektronenkonzentration im Metall angenommen wurde, in diesem Fall aber der Vorgang, welcher eine Steigerung der Thermokraft mit sich bringt, eine Verminderung der Elektronenemission verursacht.

In Verfolgung der oben erwähnten Tatsachen würde hier vielleicht eine Untersuchung über die Glühemission an gedehnten oder tordierten Glühfäden Aufschluß geben können.

Zusammenfassung.

1. Es wird eine Apparatur beschrieben, welche gestattet, die thermoelektrischen Verhältnisse des reinen Eisens bis kurz vor dem Schmelzpunkt zwischen den einzelnen Modifikationsstufen zu bestimmen.

2. Die Messungen ergeben, daß beim Übergang des Eisens von der raumzentriert-kubischen Gitterstruktur in die flächenzentriert-kubische (β-Eisen in γ-Eisen) ein starker Abfall von dE/dT auftritt, welcher bei der umgekehrt verlaufenden Umwandlung (γ-Eisen in δ-Eisen) sich ebenfalls umkehrt. Es erweist sich daher das raumzentrierte Gitter als thermoelektrisch positiv gegenüber dem flächenzentrierten.

3. Es wird der Zusammenhang mit den magnetischen und glühelektrischen Verhältnissen unter gleichen Umständen und eine Parallelität mit dem thermoelektrischen Verhalten des Eisens bei Dilatation und Kompression wahrscheinlich gemacht.

4. Das Vorzeichen der Änderung der glühelektrischen Elektronenemission steht gegenüber demjenigen der thermoelektrischen Änderung in demselben Punkt nach den bisherigen Erfahrungen im Widerspruch mit den bestehenden Theorien der Elektrizitätsleitung in Metallen.

Zur Ausführung der beschriebenen Untersuchung wurden mir von der Helmholzgesellschaft und dem Elektrophysikausschuß der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft die Mittel zur Verfügung gestellt, wofür ich an dieser Stelle meinen Dank ausspreche.

Göttingen, Inst. f. angewandte Elektrizität der Universität.

1) Bachmetjew, Exners Repert. **26**, 705, 1890.
2) Wagner, Ann. d. Phys. (4) **27**, 955, 1908.
3) Hörig, Ann. d. Phys. **28**, 371, 1909.

D. Vorländer u. R. Walter (Halle a. S.), Die erzwungene Doppelbrechung der amorphen Flüssigkeiten im Zusammenhange mit der molekularen Gestalt.

Nach älteren Versuchen von Maxwell, Kundt, de Metz und Umlauf werden amorphe Flüssigkeiten temporär doppelbrechend, wenn sie im Zwischenraum zwischen einem äußeren Hohlzylinder und einem damit konzentrischen, inneren Vollzylinder durch Rotation des inneren Zylinders in Bewegung gesetzt werden. Nach Kundt entstehen in der amorphen Flüssigkeit Zug- und Druckspannungen, denen auch Schmieröle

zwischen Achse und Radbuchse bei jedem Fahrzeug und jeder Maschine ausgesetzt sind.

Mißt man die Doppelbrechung (D) verschiedener Flüssigkeiten bei möglichst konstanter Temperatur (18—20°) an ein und demselben Zylinderapparat (innerer Zylinder von 2,1 cm Durchmesser, 4,6 cm Höhe; Flüssigkeitsschicht von 1 mm Dicke), und führt man die Zahlen auf die gleiche Rotationsgeschwindigkeit (u) des inneren Zylinders (bis zu 3500 Umdrehungen in der Minute) und auf die Einheit der Zähigkeit (Z) der Flüssigkeit (größer als etwa 5, Wasser = 1) zurück[1]), so erhält man nach Versuchen der Vortragenden annähernd vergleichbare Werte der „spezifischen Doppelbrechung" [D], welche bei amorphen Ölen in Beziehung zur molekularen Gestalt stehen:

$$\frac{D}{u \cdot Z} = [D].$$

Etwa 120 Substanzen aus dem Gesamtgebiet der organischen Chemie wurden untersucht.

Tabelle I zeigt Substanzen von mittlerer Zähigkeit, bei welchen unter den angegebenen Bedingungen keine Doppelbrechung zu beobachten ist, weil ihr Molekül stark verzweigt oder ohne ausgeprägte Längsausdehnung ist.

Tabelle I.

	Z	$[D]$
Glykol	17	0
Pinakon	15	0
Tetramethylpinakon	60	0
Dihydrokarveol	22	0
o-Methylcyklohexanol	11	0
m-Methylcyklohexanol	19	0
Linalool	7	0
Athenyltricarbonsäureäthylester	9,5	Spur

Wird die Zähigkeit größer, so tritt auch bei verzweigten und nicht oder kaum linearen Molekülen schwache Doppelbrechung auf (Tabelle II).

Tabelle II.

	Z	$[D]$
Glyzerin	1218	$< 0{,}05$ [2])
o-Cyklohexylcyklohexanol	815	0,14
Milchsäure	285	0,15
Acetylpropionyl	245	0,15
Äthyltartrat	225	0,20

1) Die Doppelbrechung ist nicht immer proportional der Rotationsgeschwindigkeit und der Zähigkeit. Die Proportionalität gilt anscheinend nur innerhalb gewisser Grenzen.

2) Die schwache Doppelbrechung des Glyzerins tritt schon bei geringer Umdrehungsgeschwindigkeit auf und nimmt bei stärkerer Drehung kaum zu.

Nur wenige Öle zeigen bei ausreichender Zähigkeit überhaupt keine Doppelbrechung.

Der Zusammenhang der spezifischen Doppelbrechung mit der Kettenlänge kommt in der Reihe der Fettsäuren gut zum Ausdruck (Fig. 1).

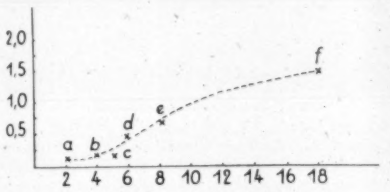


Fig. 1.

a = Milchsäure (anstatt Propionsäure),
b = α-Oxybuttersäure (anstatt Buttersäure),
c = *n*-Heptylsäure,
d = *n*-Caprylsäure,
e = *n*-Nonylsäure,
f = Oleïnsäure (oder Rizinolsäure).

Die Glyceride verhalten sich wie die Fettsäuren, doch steigt die Kurve langsamer an, weil die $[D]$-Werte durch die Esterifizierung kleiner werden (Fig. 2).

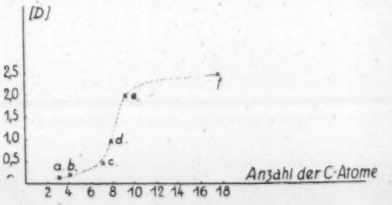


Fig. 2.

a = Triacetin,
b = Tri-*n*-butyrin,
c = Triisovalerin,
d = Tri-*n*-caproin,
e = Tri-*n*-caprylin,
f = Triolein,

Der Wert für Triisovalerin fällt infolge der Verzweigung der Kette aus der Reihe der übrigen Glyceride mit normaler Kette heraus.

Bei aromatischen Verbindungen haben die para-Substitutionsprodukte die stärkere Doppelbrechung (Tabelle V).

Tabelle V.

	o-	*m*-	*p*-
Acetyl-oxybenzoesäureäthylester	1,0	1,2	1,7
n-Butyryl-oxybenzoesäureäthylester	0,54	0,70	1,6
Tolylhydrazin	0,37	0,44	—
(Phenylhydrazin: 0,45)			

Zimtsäure-*n*-butylester	2,9
p-Methoxyzimtsäure-*n*-butylester	16
p-Methoxy-α-methylzimtsäure-*n*-butylester	8

Durch Verzweigung der Kette wird die Doppelbrechung geschwächt, wie α- oder β-Substituenten und Esterradikale bei den sehr stark doppelbrechenden Zimtestern zeigen (Tabelle V und VI).

Tabelle VI.

Hydrozimtsaures *n*-Propyl . . .	1,2
$\beta_1\beta$-Diphenylpropions. Äthyl . .	0,45
Zimtsaures Äthyl	2,6
„ iso-Propyl	2,0
„ *n*-Propyl	4,1
„ iso-Butyl	2,8
„ *n*-Butyl	2,9

Der verstärkende Einfluß der Doppelbindung ist beträchtlich (Tabelle VII), doch bei den hydrierten Abkömmlingen des Triphenylens $C_{18}H_{20}$ und $C_{18}H_{28}$ nicht bemerkbar, weil hier durch die flächenartige Gestalt des Moleküls die Doppelbrechung nicht hervortreten kann.

Tabelle VII.

Hydrozimtsaures *n*-Propyl . .	1,2
Zimtsaures Propyl	4,5
Hydrozimtsaures Benzyl . .	1,5
Zimtsaures Benzyl . . .	1,9
Hydrozimtsaures Cyklohexyl .	1,4
Zimtsaures Cyklohexyl . . .	3,3
Phenylpropylalkohol	1,0
Zimtalkohol	2,0
Citronellol	0,15
Geraniol	1,3
$C_{18}H_{30}$	0,1
$C_{18}H_{28}$	0,1

Nach den gefundenen neuen Beziehungen kann als sicher gelten, daß die molekulare Gestalt von Einfluß auf die Anisotropie der Öle ist. Besonders die Wirkung der linearen Gestalt der Moleküle tritt deutlich hervor. Dem entspricht auch, daß die Doppelbrechung bei allen untersuchten Ölen mit Bezug auf die mechanische Zugrichtung als Hauptachse positiven Charakter hat, somit als Stäbchendoppelbrechung aufzufassen ist (O. Wiener).

Die Doppelbrechung der anisotropen Öle erreicht in günstigen Fällen (*p*-Methoxyzimtsäure-*n*-Butylester) nur etwa den 100000. Teil der Doppelbrechung von kristallinen Flüssigkeiten ähnlicher Zusammensetzung und ist von dieser dadurch zu unterscheiden, daß sie keine oder nur sehr geringe Dispersion zeigt. Die amorphen Öle lassen sich durch mechanischen Einfluß nicht in kristalline Flüssigkeiten verwandeln.

Die erzwungene Doppelbrechung kolloider Lösungen ist von ganz anderer Art, als die der amorphen Öle. Die Doppelbrechung hat in der Zugrichtung bald positiven, bald negativen Sinn. Man muß annehmen, daß bei den kolloiden Lösungen höher als molekular geordnete Teilchen, die den Kristallen nahe stehen oder mit ihnen identisch sind, der mechanischen Einwirkung bei der Rotation unterliegen.

P. A. Schultz (Jena), Über ein einfaches Hilfsmittel bei der Strahlentherapie.

Bei der Verwendung der Quarzquecksilberlampe zu therapeutischen Zwecken und zur Sterilisation ist zur genauen Dosierung die Kenntnis der ultravioletten Strahlung des Quecksilberlichtbogens erforderlich. Fast alle bisher in der Praxis gebrauchten Verfahren zur Strahlungsmessung haben schwerwiegende Mängel. Teils sind sie zu kompliziert und erfordern zu empfindliche Meßinstrumente (z. B. die Ionisationskammer), teils haben sie für gewisse Wellenbereiche störende Selektivität (z. B. lichtelektrische und Selenzelle, photochemische Reaktionen, Fluoreszenz); immer aber geben sie lediglich Relativwerte auf Grund einer ganz willkürlich gewählten Einheit.

Es ist darum von besonderer Wichtigkeit, eine Methode zu finden, die es mit ganz einfachen Mitteln gestattet, die ultraviolette Strahlung zu messen.

Zu diesem Zweck wurde die Strahlung zahlreicher Quecksilberdampfquarzlampen mit dem Universalaktinometer von F. Linke[1]) gemessen. Das Instrument mißt jede Strahlung im absoluten Maß, und zwar gibt es die Anzahl Kalorien an, die in der Minute auf jeden Qudratzentimeter der bestrahlten Fläche auffallen. Diese Kalorienzahl ist naturgemäß abhängig von der im Lichtbogen umgesetzten elektrischen Leistung und von der Entfernung der bestrahlten Fläche von der Strahlenquelle. Es wurden darum zahlreiche Messungsreihen ausgeführt, indem entweder bei konstanter Entfernung die Wattbelastung des Brenners durch Variation des Vorwiderstandes variiert wurde, oder indem bei konstanter Wattbelastung die Entfernung variiert wurde. Dabei wurden stets Differenzmessungen ausgeführt, indem zuerst durch ein 1 mm dickes Filter aus Schottschem Uvonglas der ultraviolette Anteil von der Gesamtstrahlung abgefiltert und sodann die Gesamstrahlung gemessen wurde, nachdem das Uvonfilter durch eine ebenfalls 1 mm dicke Quarzglasscheibe ersetzt war, um Reflexions- und Absorptionsverluste nach Möglichkeit auszuschalten.

Nach jeder Variation des Vorwiderstandes wurde mit der folgenden Messung so lange gewartet, bis der Lichtbogen sich den neuen Betriebsbedingungen angepaßt hatte, d. h. bis

1) F. Linke, Zeitschr. f. techn. Phys. 5, 59, 1924.

Entfernung 25 cm.

J Amp.	E Volt	$E.J.$ Watt	mit Uvonfilter kal.	mit Quarzscheibe kal.	Differenz kal.	Proz. UV
1,65	56	92,5	0,00282	0,0565	0,0547	96,6
1,6	76	121,5	0,0162	0,0877	0,0715	81,5
1,55	80	124	0,0174	0,0915	0,0741	81,0
1,7	102	173,5	0,0296	0,1382	0,1086	78,5
1,7	120	202	0,0405	0,1740	0,1335	76,7
1,72	156	268	0,0627	0,2430	0,1803	74,3

Brennerstrom und Brennerspannung konstant geworden waren. Dazu waren 40—60 Sek. erforderlich. Obige Tabelle gibt ein Beispiel einer solchen Messungsreihe.

Trägt man die Prozentwerte in Abhängigkeit von der Wattbelastung auf, so erhält man die Fig. 1. Der prozentische Anteil der ultravioletten

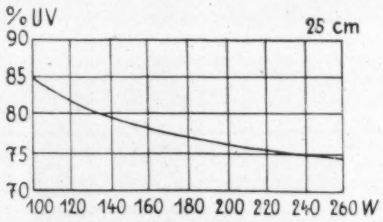


Fig. 1.

Strahlung an der Gesamtstrahlung nimmt also mit wachsender Wattbelastung ab. Das hat darin seinen Grund, daß die Temperaturstrahlung mit der Wattbelastung in viel stärkerem Maße zunimmt als die Lumineszenzstrahlung. Trägt man nämlich die absoluten Werte der ultravioletten Strahlung eines Brenners in Abhängigkeit von der Wattbelastung auf, so erhält man einen linearen Anstieg (Fig. 2). Im Falle des verwendeten 1,7 Amp.-Brenners geht die rückwärts verlängerte Strahlungsgerade bei etwa 21 Watt durch die Wattachse. Diese Leistung von 21 Watt wird verbraucht, um den Lichtbogen überhaupt brennend zu erhalten und ist also für die Strahlenausbeute verloren. Diese Leistung entspricht einem gesamten Spannungsabfall an den Elektroden von

$$\frac{21 \text{ Watt}}{1{,}7 \text{ Amp.}} = 12{,}53 \text{ Volt.}$$

Andere Meßmethoden ergaben den Wert 12,62 Volt[1]). In Fig. 2 ist noch gestrichelt die Gerade für einen 4-Amp.-Brenner eingetragen. Sie zeigt, wie zu erwarten, daß Brenner mit großer Stromstärke hinsichtlich der Ausbeute an ultravioletten Strahlen nicht so wirtschaftlich arbeiten wie Brenner mit kleiner Stromstärke.

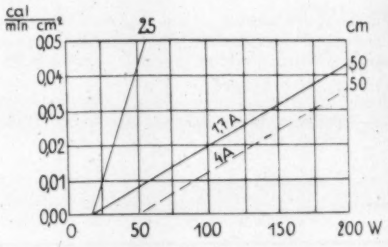


Fig. 2.

Es ist also die ultraviolette Strahlung bis auf eine additive Größe, die nur vom Brennerstrom abhängt, proportional der Wattbelastung des Brenners. Bezeichnet S die ultraviolette Strahlung in $\frac{\text{kal.}}{\text{sec/cm}^2}$, so ist $S = aJ(E-b)$, wo z. B. in 25 cm Entfernung vom Brenner

$$a = 0{,}946 \cdot 10^{-6}\,\text{cm}^{-2}$$
$$b = 12{,}53 \text{ Volt}$$

ist.

Wurde bei konstanter Wattbelastung die Entfernung der bestrahlten Fläche vom Brenner variiert, so ergab sich mit wachsender Entfernung eine Abnahme des prozentischen Anteils der ultravioletten Strahlung an der Gesamtstrahlung (Fig. 3). Die ultraviolette Strahlung nimmt also

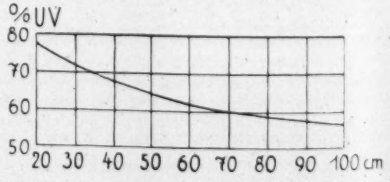


Fig. 3.

stärker ab, als dem Gesetz vom umgekehrten Entfernungsquadrat entspricht, weil die kurzwelligen ultravioletten Strahlen stärker von der Luft absorbiert werden als die sichtbaren Strahlen.

1) J. Stark, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 13, 423, 1916.

Kennt man diese Abnahme und mißt man die Wattbelastung des Brenners, so kann man die Stärke der ultravioletten Bestrahlung für jede Entfernung leicht berechnen. Da die neueren Quarzbrenner im Betriebe unter normalen Abkühlungsverhältnissen selbsttätig auf konstanten Strom regulieren, so ist es in der Praxis nur erforderlich, die Brennerspannung zu messen. Dann gibt eine graphische Darstellung sofort den Zusammenhang zwischen der ultravioletten Bestrahlung von der Entfernung der bestrahlten Fläche und der Brennerspannung. Ein Beispiel für einen 1,7 Amp.-Brenner gibt Fig. 4.

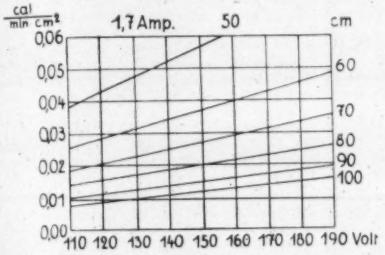


Fig. 4.

Die ultraviolette Strahlendosis ist für einen gegebenen Brenner physikalisch bestimmt durch die 3 Größen: Brennerspannung, Entfernung, Bestrahlungszeit. Verwendet man noch einen regelbaren Vorwiderstand, so ist man in der Wahl der Entfernung und der Bestrahlungszeit nicht mehr behindert und man kann die gewünschte Dosis durch Einstellung der erforderlichen Brennerspannung erreichen.

Das hier beschriebene indirekte Dosierungsverfahren setzt natürlich voraus, daß die ultraviolette Strahlungsabgabe eines Brenners sich mit der Zeit nicht ändert. Nun hat es sich gezeigt, daß bei manchen Quarzbrennern nach einigen hundert Brennstunden eine Abnahme der ultravioletten Strahlung eintritt. Man schreibt diese Erscheinung dem Umstande zu, daß Quarzglas bei höheren Temperaturen stark entglast und dadurch für ultraviolette Strahlen weniger durchlässig wird. Jedoch tritt, wie Zschimmer[1]) nachweist, eine Entglasung vollkommen reinen Quarzglases erst bei Temperaturen über 1000 Grad auf, während die Temperatur des Brennerrohres weit unter dieser Grenze bleibt. Wenn überhaupt eine Entglasung bei längerem Betriebe auftritt, so ist es sehr wahrscheinlich, daß sie nur durch Verunreinigungen des Quarzglases durch Oxyde der seltenen Erdmetalle hervorgerufen wird.

Für die Abnahme der ultravioletten Strahlung ist daher eine andere Ursache zu suchen. Als eine solche hat sich die Verschlechterung des Vakuums im Brenner erwiesen. Durch das Eindringen von Fremdgasen in den Brenner wird offenbar bewirkt, daß bei gleicher Brennerbelastung der Partialdruck des Quecksilberdampfes im Brenner geringer ist, als bei Abwesenheit von Fremdgasen der Totaldruck, so daß die Anzahl der an der ultravioletten Emission beteiligten Quecksilberatome bei gleichem Totaldruck geringer ist. Nun ist Quarzglas nach Williams und Ferguson[2]) für Luft von Atmosphärendruck bis 881° undurchlässig, aber ziemlich stark durchlässig für Helium. Jedoch ist der Partialdruck des Heliums in der Luft verschwindend, und da die Durchlässigkeit dem Druck proportional ist, so ist auch eine Diffusion von Helium in das Brennerinnere unter normalen Betriebsbedingungen unmeßbar.

Es kann also die Verschlechterung des Vakuums nur durch die Undichtheit der Stromzuführungen zu den Elektroden verursacht sein. Neuerdings ist es nun gelungen, die stromzuführenden Drähte vakuumdicht direkt in das Quarzglas einzuschmelzen, und Messungen an solchen Brennern haben gezeigt, daß das Vakuum und damit die ultraviolette Strahlung nach Hunderten von Brennstunden noch völlig konstant ist.

1) E. Zschimmer, Theorie der Glasschmelzkunst, 2. Buch, 1. Teil. Jena 1924.
2) Physik. Berichte **4**, 385, 1923.

BESPRECHUNGEN.

A. Schoklitsch, Graphische Hydraulik. (Sammlung mathematisch-physikalischer Lehrbücher Bd. 21.) 8°. IV und 72 Seiten. Mit 45 Figuren im Text und auf 2 Tafeln. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1923.

Die vorliegende Grundlegung einer graphischen Hydraulik ist ein Glied in der derzeitigen Entwicklung der technischen Wissenschaften, die auf immer weiter fortschreitende Einführung graphischer Methoden hinzielt (vgl. z. B. auch die kürzlich hier besprochene „Graphische Dynamik" von Wittenbauer!). Um dem Wasserbauingenieur die neue Methode recht mundgerecht zu machen, hat sich der Verfasser die große Mühe nicht verdrießen lassen, wohl so ziemlich alles, was derzeit in der Hydraulik zweckmäßigerweise sich graphisch behandeln läßt, in zahlreichen graphischen Darstellungen zu behandeln.

Wenn dieser Stoff auch dem Durchschnittsphysiker ferner liegt, so wird doch auch er aus dem Studium des Büchleins lernen können, wie vielgestaltiger Verwendung die graphischen Methoden fähig sind, wie anschaulich sie sind und wie selbst recht komplizierte Beziehungen sich vorteilhaft erfassen lassen — wesentlich kompliziertere, als die in der nomographischen Darstellung heute auch dem Radioamateur geläufige Thomsonsche Formel. Auch in der Physik wird die graphische Darstellung, insbesondere die Nomographie, ein weites fruchtbares Feld sich erringen können.

Bei allen Vorzügen, die das Büchlein besitzt, erscheint es uns in einer Beziehung noch verbesserungsfähig und -bedürftig. In der Vorrede rechnet der Verfasser selbst mit der Möglichkeit, daß die Nomographie dem einen oder andern Leser noch nicht geläufig ist. Daher bringt er im Anfang auf 5 Seiten eine kurze Darstellung der einschlägigen Methoden. Wenn auch gewisse hier aufgestellte Rezepte wohl für das Folgende praktisch sein mögen, so dürfte doch einem wirklichen Neuling dieses Kapitel manche Nuß zu knacken geben und vielleicht — zum Schaden der Sache — manchen abschrecken. Hier wäre also etwas größere Breite erwünscht, die sich durch entsprechende Kürzungen in der methodischen Behandlung der Aufgaben später wieder einsparen ließe. Vielleicht darf eine Anlehnung an die vorzügliche Darstellung bei Runge, Graphische Methoden, empfohlen werden. Außerdem möchte im eigentlichen hydraulischen Teil — aus den gleichen Gründen — möglichst ein Aufsteigen von den methodisch einfacheren zu den schwierigeren Fällen der jetzigen Reihenfolge vorzuziehen sein, die sich wohl im wesentlichen an die Lehrgänge der Hydraulik anschließt. Dies dürfte um so eher statthaft sein, als wohl jeder praktisch tätige Benutzer noch ein anderes Buch der Hydraulik daneben besitzen wird. Als Propagandaschrift wird das Büchlein auf die angedeutete Weise entschieden gewinnen. L. Schiller.

Fritz Haber, Fünf Vorträge aus den Jahren 1920—1923. Berlin, Julius Springer. 1923. Preis geh. M. 2.70.

Die einzelnen Vorträge behandeln die Darstellung des Ammoniaks aus Stickstoff und Wasserstoff, die Chemie im Kriege, das Zeitalter der Chemie, neue Arbeitsweisen und die Geschichte des Gaskrieges, also die verschiedensten Fragen. Aber doch kann man sich beim Lesen dieser Vorträge nicht dem Eindruck entziehen, daß allen eins gemeinsam ist: Die besondere Einstellung des Vortragenden, dem es in ganz ungewöhnlichem Maße gegeben ist, sich hoch über das Gewirr der Einzelheiten zu stellen, den Wald vor den Bäumen, die großen Richtlinien zu sehen. Wodurch sich die Probleme auszeichnen, welche heute der chemischen Forschung gestellt sind, wie sich voraussichtlich die Arbeitsweisen der Chemie in der Zukunft entwickeln werden, in welcher Beziehung die rein wissenschaftliche chemische Forschung, die chemische Technologie und die menschliche Wirtschaft zueinander stehen, das sind Fragen, die in solcher Weise diskutiert zu hören für jeden Chemiker anregend, fördernd und erfrischend ist. Der Nichtchemiker aber kann kaum eine Darstellung finden, die ihm das Wesen der modernen Chemie und die Bedeutung, die ihr gerade in der heutigen Wirtschaftskrise zukommt, so nahe brächte. H. v. Halban.

H. Remy, Chemisches Wörterbuch. (Teubners kleine Fachwörterbücher 10/11.) Mit 15 Abbildungen im Text und 5 Tabellen im Anhang. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner 1924. Preis geb. M. 8.60.

Das vorliegende Buch wendet sich vor allem an Leser, die der Chemie allgemeines Interesse entgegenbringen, ohne über wesentliche Vorkenntnisse zu verfügen. Es unterliegt keinem Zweifel, daß gerade die Chemie dem Wörterbuchsystem besondere Schwierigkeiten entgegenstellt, daß es gerade hier sehr schwer fällt, einem Laien über eine bestimmt herausgegriffene Frage Auskunft zu geben. Blättert man in dem kleinen Buch, ist man überrascht, wie gut es dem Verf. im allgemeinen gelungen ist, diese Aufgabe zu lösen. Natürlich muß in den meisten Artikeln auf mehrere andere verwiesen werden, aber auf diese Weise wird der Leser sich verhältnismäßig rasch auf die gerade ihm fehlenden Grundlagen zurückfinden. Stichproben zeigen, daß die Darstellung auch sachlich im allgemeinen einwandfrei ist; über die eine oder andere Definition kann man verschiedener Meinung sein. So, wenn die Ausdrücke Gemisch und Gemenge im gleichen Sinne verwendet, oder die Adsorption nur auf die Oberfläche fester Körper bezogen wird.

Das Buch ist nicht nur Laien zu empfehlen, es dürfte z. B. auch Studenten als anregendes Repetitorium bei der Vorbereitung zum Examen dienen können. H. v. Halban.

Tagesereignisse.

Die **Deutsche Glastechnische Gesellschaft** veranstaltet am 28. November in der Technischen Hochschule zu Dresden eine „Glastechnische Tagung".

Vortragsfolge

Freitag den 28. November 1924 Beginn vormittags 10 Uhr im Hörsaal Nr. 80 der Technischen Hochschule Dresden, Helmholtzstr. 5[I].

1. Dr. Ing. W. Friedmann, Frankfurt a. M.: Geblasene Gaserzeuger.
2. Chemiker K. Hesse, Penzig: Mikroskopische Struktur der Oberfläche mattierter Gläser.
3. Ingenieur H. Knoblauch, Freiberg i. S.: Bau und Wesen eines neuen Vielflammen-Hafenofens.
4. Geh. Rat Dr. Wendler, Berlin: Vollautomatisches Glasblasen.
5. Ingenieur Fox Maule, Ingelstad: Messung hoher Gastemperaturen zwecks richtiger Bemessung der Ofenelemente.
6. Geh. Rat Dr. Cramer, Cottbus: Der Glasmacherstar und seine Verhütung.
7. Oberingenieur O. Graf, Stuttgart: Beobachtungen über die Elastizität und Festigkeit von Glas.
8. Prof. Dr. W. Eitel, Königsberg: Der physikalisch-chemische Zustand des Glases.
9. Prof. Dr. G. Gehlhoff, Weißwasser: Über maschinelles Röhrenziehen.

Näheres durch die Geschäftsstelle der D.G.G., Frankfurt am Main, Gutleutstraße 8.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der a. o. Professor Dr. R. Schachenmeier an der Technischen Hochschule Karlsruhe zum a. o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz

Hörsaal- und Laboratorien-Einrichtungen

Physikalische Apparate

Projektions-Apparate

Funken-Induktoren

Ölluftpumpen

Experimentier-Schalttafeln

Sonderlisten auf Wunsch

Universal-Demonstrations-Drehspulgalvanometer

Carl Schleicher & Schüll

Düren, Rheinland

Schutz-Marke Skizzir-Profil-Papier.

empfehlen

Millimeter-Zeichen- u. Pause-Papiere in Rollen, Bogen u. Blocks in unübertroffener Herstellung.

Koordinaten, Logarithmen-, Sinus- u. Windrosenpapiere.

Blätter für Registrierapparate aller Art.

Allerbeste: Zeichen-, Pause-, durchsichtige Entwurf-Papiere, Pauseleinwand.

Muster auf Anfrage kostenlos.

Prismen, Linsen, Platten

aus

Kalkspat, Flußspat, Quarz, Steinsalz, Glas.

Gyps- und Glimmerpräparate.

Preislists gratis.

B. Halle Nachfolger, Optisches Institut.

Berlin-Steglitz.

S. HIRZEL IN LEIPZIG

W. Moede

Experimentelle Massenpsychologie

Mit 16 Abb. 8°. (IX u. 239 S.) 1920.

Geh. G.-M. 4.—, $ —.95, geb. G.-M. 5.—, $ 1.20.

Der Betriebsleiter, der mit Arbeitermassen oder -gruppen zu tun hat, jeder, der Wirkungen auf die Massen auslösen will, alle werden in diesem Neuland von den Bäumen Früchte der Erkenntnis pflücken, die ihr geistiges Rüstzeug schärfen. Moede baut auf selbst erkanntem und versuchtem Tatsachenmaterial auf. Phantasieschlüsse sind ihm fremd. Und gerade deshalb ist seine Arbeit wertvoll. (Ingenieur-Zeitung.)

Bibliothek wird fortgesetzt.

Pfeiffer's

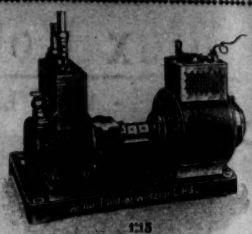
1:20

Quecksilber-Dampfstrahlpumpe ganz aus Stahl D. R. P. angem.

15 Liter bis zum Aussetzen jeder Entladung in 10 Sek. vom Vorvakuum ab.

Listen von Abt. H anfordern.

Vgl. Techn. Physik, 1922, Heft 12. Phys. Ztschr. 1922, pag. 463.



1:18

Rot. Kammer-Öl-Luftpumpe D.R.P.

Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 120 cbm per Stunde

Photometer aller Systeme

Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.

Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge

Oscillographen

Arthur Pfeiffer

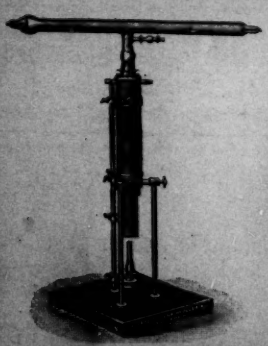
Wetzlar 8

Telegr. Vakupfeif. — Tel. 85 u. 86.

Neue Hochvakuum-Diffusions-Pumpe aus Metall

nach Prof. Gaede

D.R.P. und Auslandspatente angemeldet



$^1/_{10}$ nat. Gr.

Saugleistung: 15 Liter per Sek.
Vorvakuum: 20 mm

„Vergl. Zeitschrift für Technische Physik, Jahrg. 1923, Nr. 10"

Alleinige Hersteller

E. Leybold's Nachfolger A.-G.

Köln a/Rhein, Brüderstr. 7

Sonderliste auf Wunsch

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.